Tránsito de Hidrogramas

Conceptos básicos

Si en el depósito de la figura 1 (izq.) se produce un aumento brusco del caudal de entrada, ese aumento se reflejará en la salida atenuado (caudal máximo menor) y retardado (caudal máximo retrasado en el tiempo) (figura 1-dcha.).

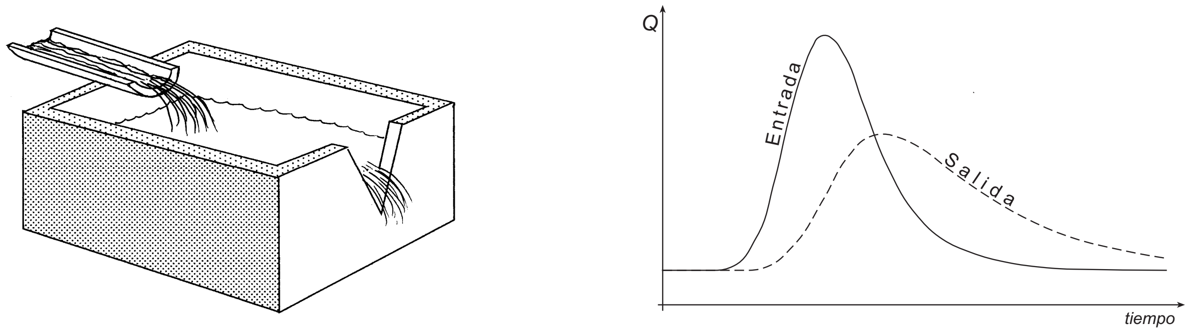


Fig. 1.- Efecto de retardo y atenuación en un hidrograma entre la entrada y la salida

A lo largo de un canal el efecto es similar: Supongamos que en el extremo de un canal seco arrojamos un volumen de agua (Figura 2). El hidrograma generado (posición A del dibujo) será inicialmente más alto y de menor duración y, a medida que avanza, el mismo volumen pasará por los puntos B y C cada vez con un hidrograma más aplanado. Suponemos que no existe pérdida de volumen (por infiltración o evaporación), de modo que el área comprendida bajo los tres hidrogramas será idéntica. En este caso, el retardo será el correspondiente al recorrido del agua a lo largo del canal.

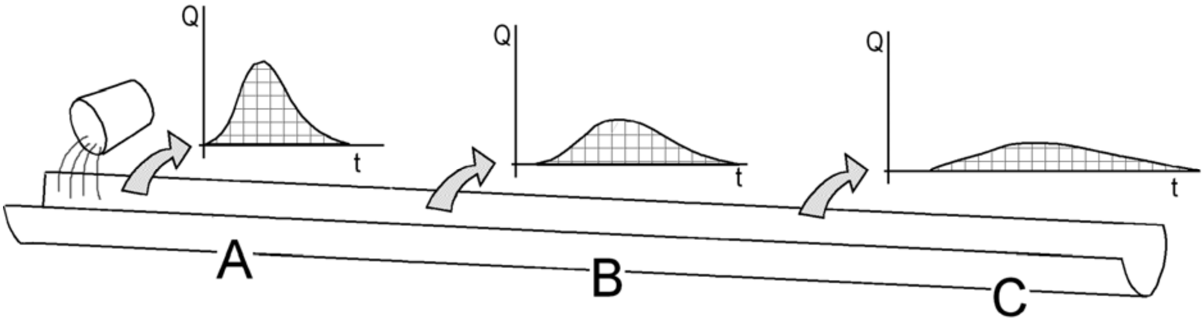


Fig. 2.- Efecto del tránsito a lo largo de un canal o un río

Calcular el tránsito de un hidrograma es obtener el hidrograma del punto C a partir del hidrograma del punto A, u obtener el hidrograma de salida del depósito a partir del hidrograma de entrada. La utilidad práctica del procedimiento es evidente: por ejemplo, el carácter catastrófico de una avenida está relacionado directamente con la altura del pico del hidrograma (el caudal máximo), de modo que es fundamental calcular cómo ese pico va disminuyendo a medida que nos movemos aguas abajo.

También se habla de *tránsito de avenidas*, y se utilizan las expresiones *transitar una avenida* o *transitar un hidrograma*[1].(En inglés *Hydrograph Routing, Flood Routing* o *Flow Routing*).

Todos los modelos (programas de ordenador) utilizados en Hidrología Superficial incluyen el cálculo del tránsito de hidrogramas. No obstante, siempre conviene saber realizar a mano, aunque sea para casos sencillos, las tareas que después encomendaremos a las máquinas.

[1] Expresión incorrecta en español: el verbo *transitar* es intransitivo

Considerando de nuevo el depósito de la figura 1, para un Δt considerado se cumple que:

Volumen de entrada – Volumen de salida = Δ almacenamiento

dividiendo por Δt:

$$Q\ entrada - Q\ salida = \Delta\ almacenamiento / \Delta t \qquad (1)$$

Con las variables indicadas en la figura 3, la igualdad (1) podemos expresarla así:

$$I - O = \frac{S_i - S_{i-1}}{\Delta t} \qquad (2)$$

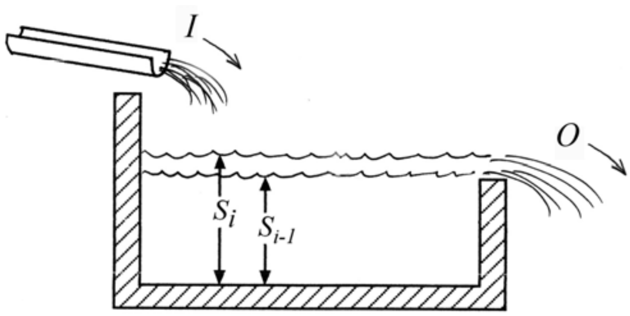


Fig.3.- Variación en el almacenamiento de un depósito entre dos tiempos consecutivos t_{i-1} y t_i

Siendo:

Δt = intervalo de tiempo entre los tiempos t_{i-1} y t_i

S_{i-1} = volumen almacenado en el comienzo del Δt (tiempo t_1)

S_i = volumen almacenado al final del Δt (tiempo t_2)

I = Caudal medio de entrada (durante el intervalo Δt)

O = Caudal medio de salida (durante el intervalo Δt)

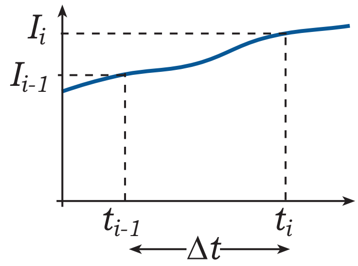


Fig.4.- Variación en el caudal entre dos tiempos consecutivos t_{i-1} y t_i

Es posible que el caudal de entrada (I) o el de salida (O) no sean constantes a lo largo del Δt considerado (fig. 4); para ello, consideramos el caudal de entrada como la media de los valores al principio (I_1) y al final (I_2) Δt, es decir: $I = (I_1 + I_2)/2$. Y análogamente el caudal de salida. Así, la expresión (2) resultaría:

$$\frac{I_{i-1} + I_i}{2} - \frac{O_{i-1} + O_i}{2} = \frac{S_i - S_{i-1}}{\Delta t} \qquad (3)$$

Tránsito en cauces: Método de Muskingum

El tránsito en un tramo de un cauce (figura 5) responde a la misma idea básica que hemos visto para un estanque o depósito. Posiblemente el método más utilizado en cálculos manuales por su sencillez sea el de Muskingum[2].

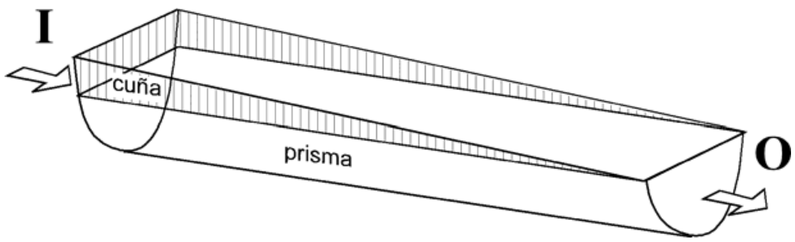


Fig.5.-Almacenamiento en un cauce según el método Muskingum

El almacenamiento (S) en un tramo del cauce puede descomponerse en dos partes: almacenamiento en *prisma,* que sería proporcional al caudal de salida (O) y almacenamiento en *cuña*, que sería función de la diferencia entre el caudal de entrada y el de salida (I-O), ya que cuanto mayor sea esa diferencia, más pronunciada será la cuña[3]:

$$S_{prisma} = K \cdot O \qquad (4a)$$

$$S_{cuña} = b \cdot (I - O) \qquad (4b)$$

---

[2] Muskingum no es el nombre de su autor, sino que el método fue desarrollado en los años 30 por el Servicio de Conservación del distrito de Muskingum (Ohio, USA) para prevención de avenidas.
Ver en: Shaw et al. (2001), p.362; Chow et al. (1994), p.264; Singh, V.P (1992), p.680; Wanielista (1997) p.323; Viessman (1995), p. 235

[3] Al principio la cuña es positiva ($I>O$, como se refleja en la figura 5), y se suma al almacenamiento en prisma. Cuando la punta del hidrograma ha pasado ($I<O$) la cuña es negativa, se resta al almacenamiento en prisma.

donde: S = almacenamiento en el tramo considerado de un cauce
I = caudal de entrada en ese tramo
O = caudal de salida de ese tramo
K = constante para ese tramo de cauce referente al almacenamiento en prisma
b = constante para ese tramo de cauce referente al almacenamiento en cuña

Sumando las dos expresiones anteriores, se obtiene:

$$S = S_{prisma} + S_{cuña}$$
$$= K\,O \quad + b\ (I–O) \quad = \quad bI + (K–b)\ O =$$
$$= K\left[\frac{b}{K} I + \frac{(K-b)}{K} O\right] = K\left[\frac{b}{K} I + \left(1-\frac{b}{K}\right)\cdot O\right] \qquad (5)$$

Si denominamos X a la relación b/K entre las dos constantes consideradas en las ecuaciones 4a y 4b, la expresión (5) resulta:

$$S = K\ [X\,I + (1\text{-}X)\ O] \qquad (6)$$

donde: S, I, O, K = definidas arriba
X = constante adimensional para ese tramo de cauce que asigna mayor o menor importancia relativa al almacenamiento en cuña o en prisma)

Aplicamos (6) a dos tiempos consecutivos t_1 y t_2, separados por un intervalo Δt:

$$S_{i\text{-}1} = K\ [X\,I_{i\text{-}1} + (1\text{-}X)\ O_{i\text{-}1}] \qquad (6a)$$

$$S_i = K\ [X\,I_i + (1\text{-}X)\ O_i] \qquad (6b)$$

Sustituimos las expresiones (6a) y (6b) en la ecuación (3) :

$$\frac{I_{i-1} + I_i}{2} - \frac{O_{i-1} + O_i}{2} = \frac{K[XI_i + (1-X)O_i] - K[XI_{i-1} + (1-X)O_{i-1}]}{\Delta t}$$

y despejando O_2, resulta:

$$O_i = I_i \frac{-KX + 0{,}5\Delta t}{K - KX + 0{,}5\Delta t} + I_{i-1} \frac{KX + 0{,}5\Delta t}{K - KX + 0{,}5\Delta t} + O_{i-1} \frac{K - KX - 0{,}5\Delta t}{K - KX + 0{,}5\Delta t} \qquad (7)$$

Que para el cálculo del caudal de salida para el tiempo t_i , se esquematiza así:

$$\mathbf{O_i = C_0\, I_i + C_1\, I_{i\text{-}1} + C_2\, O_{i\text{-}1}} \qquad (8)$$

donde: $I_{i\text{-}1}$, $O_{i\text{-}1}$ = Caudales de entrada y salida al final del Δtiempo anterior

I_i , O_i = Caudales de entrada y salida tras este Δtiempo

$C_0 = (\text{-}KX + 0{,}5\ \Delta t)\ \ /\ (K - KX + 0{,}5\ \Delta t)$ (9a)

$C_1 = (\ KX + 0{,}5\ \Delta t)\ \ /\ (K - KX + 0{,}5\ \Delta t)$ (9b)

$C_2 = (K - KX - 0{,}5\ \Delta t)\ /\ (K - KX + 0{,}5\ \Delta t)$ (9c)

K, X = constantes que dependen de cada tramo de cauce

Ejemplo: el caudal de salida para tiempo = 6 se calcula así:

tiempo (horas)	Q entrada (I)	Q salida (O)
5	23	19
6	31	O_i

$O_i = C_0 \cdot 31 + C_1 \cdot 23 + C_2 \cdot 19$

Puede comprobarse fácilmente (sumando 9a+9b+9c) que $C_0 + C_1 + C_2 = 1$. Esto es útil como comprobación de cálculos realizados manualmente.

K puede asimilarse al tiempo de recorrido de la onda cinemática de un extremo a otro del tramo estudiado. K e Δt deben estar en las mismas unidades (horas o días).

X es una constante que en teoría puede estar entre 0 y 0,5, pero normalmente vale 0,2 - 0,3. En primera aproximación suele tomarse 0,2. Junto con el valor de K, de ella va a depender la mayor o menor amortiguación del hidrograma a lo largo del tramo del cauce. Más adelante explicamos el cálculo de los parámetros *K* y *X*.

Si K= Δt y X = 0,5, el hidrograma de salida es idéntico al de entrada pero desplazado a la derecha un tiempo igual a K

El Δt elegido debe estar entre *K* y *2KX* (Wanielista, Singh) o entre *K* y *K/3* (Viessman)[4]. Dentro de estos márgenes, cuanto menor sea el Δt, mayor es la precisión del método.

Si conocemos estas dos constantes, *K* y *X*, podemos calcular los caudales de salida a partir de los caudales de entrada. Inversamente, si disponemos de los caudales de entrada y salida para el mismo hidrograma, podremos calcular las constantes *K* y *X* para ese tramo de cauce.

Cálculo de caudales de salida, conocidos *K* y *X*

Disponemos de los caudales diarios de entrada en un tramo de un cauce, que aparecen en la primera columna de la tabla adjunta. Deseamos calcular los correspondientes caudales a la salida de ese tramo sabiendo que K=1,3 días y X=0,3

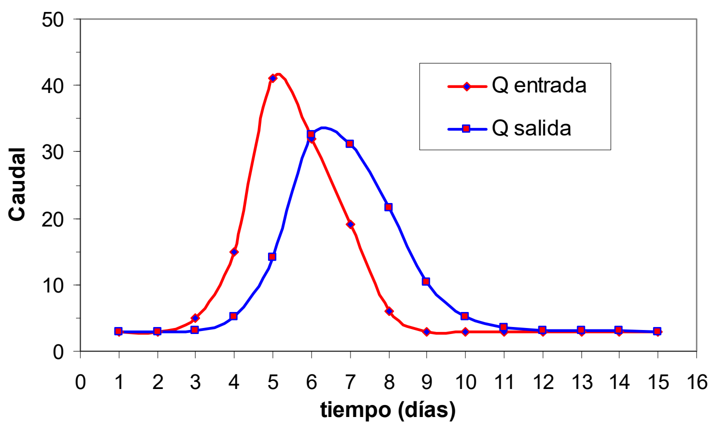
Calculamos C_0, C_1 y C_2 mediante las expresiones (9), utilizando para Δt las mismas unidades en que esté expresado *K* (en este ejemplo, Δt = 1 día):

$$C_0 = 0{,}0780 \quad ; \quad C_1 = 0{,}6312 \quad ; \quad C_2 = 0{,}2908$$

Aplicamos la fórmula (8) para cada uno de los caudales de entrada, obteniendo los caudales que aparecen a la derecha.

Representamos gráficamente el hidrograma de entrada y el de salida, apreciándose las dos características del tránsito: el **retardo** (desviado hacia la derecha) y la **atenuación** (el caudal máximo o punta del hidrograma ha disminuido):

Q Entrada (O)	Cálculo de Q de salida (I)
3	3,00
3	Co*3+C1*3+C2*3 = 3,00
5	Co*5+C1*3+C2*3 = 3,16
15	Co*15+C1*5+C2*3,16 = 5,24
41	Co*41+C1*15+C2*5,24 = 14,19
32	Co*32+C1*41+C2*14,19 = 32,50
19	Co*19+C1*32+C2*32,50 = 31,13
6	Co*6+C1*19+C2*31,13 = 21,51
3	Co*3+C1*6+C2*21,51 = 10,28
3	Co*3+C1*3+C2*10,28 = 5,12
3	Co*3+C1*3+C2*5,12= 3,62
3	Co*3+C1*3+C2*3,62 = 3,18
3	Co*3+C1*3+C2*3,18 = 3,05
3	Co*3+C1*3+C2*3,05 = 3,02
3	Co*3+C1*3+C2*3,02 = 3,00



Cálculo de *K* y *X*, conocidos los caudales de entrada y salida

Para calcular estos coeficientes para un tramo de cauce necesitamos conocer dos series de caudales de entrada y salida simultáneos de dicho tramo.

Según HEC (2000), si disponemos de los hidrogramas de entrada y salida, *K* puede asimilarse aproximadamente al tiempo observado entre los centroides de ambos hidrogramas, entre sus puntas o entre los puntos medios de las curvas de crecida de ambos hidrogramas.

[4] Inversamente, y de acuerdo con estos límites, si Δt =1 día, *K* puede valer de 1 a 5 días

Para el cálculo de estos parámetros, el proceso es el siguiente: La expresión (6) puede considerarse como la ecuación de una recta con pendiente *K*. Por tanto, si representamos gráficamente el almacenamiento *S* en función de [$XI+(1-X)O$] debería obtenerse una recta cuya pendiente sería *K* .

El procedimiento consiste en elaborar dicho gráfico para diversos valores de *X* (típicamente: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4) y con el que se obtenga lo más parecido a una recta se tomará como valor de *X*. Después, la pendiente de dicha recta nos proporcionará *K*.

Previamente, hemos debido calcular el almacenamiento S_i. Para ello, en la fórmula (3) despejamos S_i :

$$S_i = \Delta t\left(\frac{I_{i-1}+I_i}{2} - \frac{O_{i-1}+O_i}{2}\right) + S_{i-1} \tag{10}$$

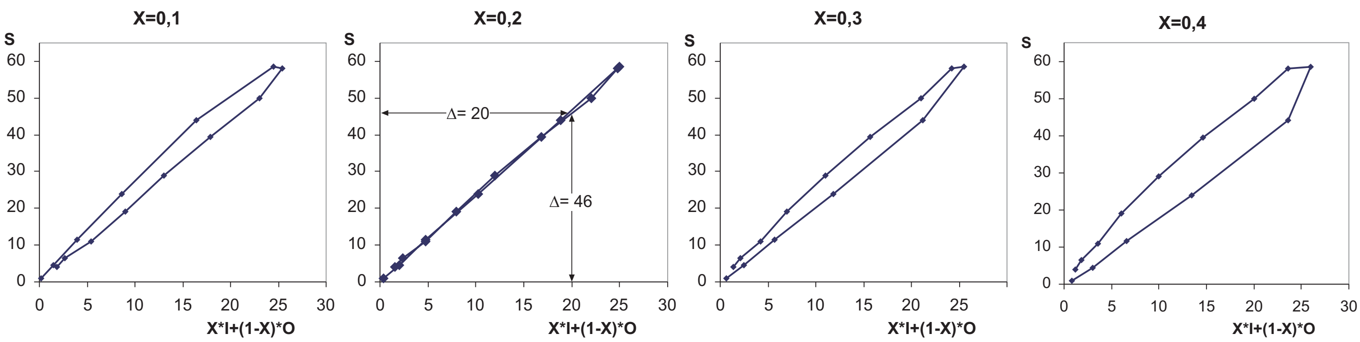
Con esta expresión calculamos S_i para cada incremento de tiempo a partir de los caudales de entrada y salida.

<u>Ejemplo</u>. Disponemos de los caudales de entrada y salida de un tramo de un cauce, datos que figuran en las tres primeras columnas de la tabla.

La columna $\boldsymbol{S_i}$ se calcula mediante la fórmula (10), y las cuatro últimas columnas mediante la expresión *K [X I + (1-X) O]* para los diversos valores de *X* que se indican en el cabecero de cada columna.

						X · I + (1-X) · O			
tiempo	Entrada (I)	Salida(O)	$(I_{i-1}+I_i)/2$	$(O_{i-1}+O_i)/2$	S_i	(X=0,1)	(X=0,2)	(X=0,3)	(X=0,4)
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	0	1,0	0,0	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8
2	6	1	4,0	0,5	4,5	1,5	2,0	2,5	3,0
3	12	3	9,0	2,0	11,5	3,9	4,8	5,7	6,6
4	23	7	17,5	5,0	24,0	8,6	10,2	11,8	13,4
5	38	14	30,5	10,5	44,0	16,4	18,8	21,2	23,6
6	29	24	33,5	19,0	58,5	24,5	25,0	25,5	26,0
7	20	26	24,5	25,0	58,0	25,4	24,8	24,2	23,6
8	14	24	17,0	25,0	50,0	23,0	22,0	21,0	20,0
9	8	19	11,0	21,5	39,5	17,9	16,8	15,7	14,6
10	4	14	6,0	16,5	29,0	13,0	12,0	11,0	10,0
11	0	10	2,0	12,0	19,0	9,0	8,0	7,0	6,0
12	0	6	0,0	8,0	11,0	5,4	4,8	4,2	3,6
13	0	3	0,0	4,5	6,5	2,7	2,4	2,1	1,8
14	0	2	0,0	2,5	4,0	1,8	1,6	1,4	1,2

Representamos gráficamente la columna $\boldsymbol{S_i}$ en función de cada una de las cuatro últimas columnas:

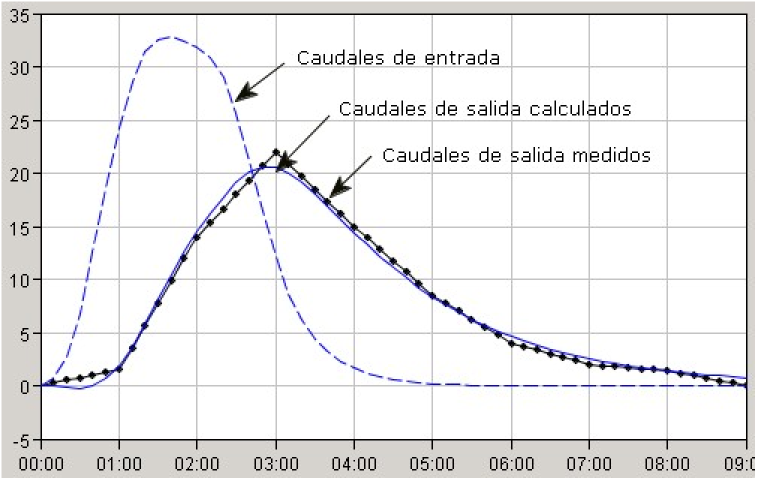


En este ejemplo, observamos que la que más se aproxima a una línea recta es la obtenida aplicando X= 0,2. Calculamos la pendiente de esa recta:

Pendiente = K = 46/20 = 1,3

Por tanto, para ese tramo los parámetros son: K = 1,3 ; X = 0,2

Las unidades de K son las mismas utilizadas para el tiempo (en la 1ª columna de la tabla anterior), horas o días.



Otra opción es evaluar los parámetros K y X mediante el modelo HMS por ensayo y error: ejecutamos el programa con distintos valores de K y X, hasta conseguir un hidrograma de salida similar a las medidas reales. Los distintos valores de K y de X se pueden cambiar manualmente, pero HMS puede hacer esto automáticamente mediante una optimización.

En HMS no es posible asignar caudales reales (medidos) a la entrada del cauce, por lo que el hidrograma de entrada (generado por HMS) también deberá estar previamente calibrado con datos reales.

Método de Muskingum- Cunge

Cunge combinó métodos hidráulicos con la simplicidad del método de Muskingum

Calcula las dos constantes utilizadas en el método de Muskingum, K y X, mediante parámetros hidráulicos del cauce.

$$K = \Delta x / c \tag{11}$$

$$X = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{Q}{BS_0 c\Delta x}\right) \tag{12}$$

Δx = longitud del tramo del cauce considerado

c = "celeridad" = velocidad media . m

m = aproximadamente 5/3 para cauces naturales amplios

S_0 = pendiente media del cauce (adimensional)

Q = caudal

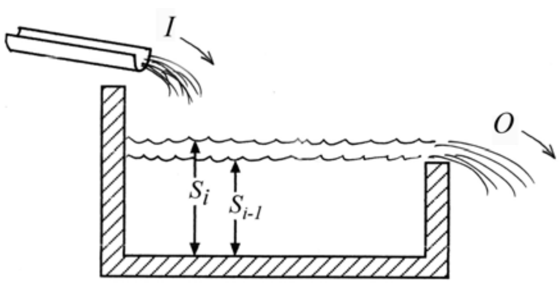
B = anchura del cauce

La correcta aplicación de este método requiere elegir correctamente el Δt y el Δx. Para ello se dividirá el tramo estudiado en subtramos, de modo que el caudal de salida de uno de ellos será el caudal de entrada del siguiente (US Army Corps of Engineers, 1994).

Cálculo del tránsito en un depósito o embalse

En el segundo apartado de este tema hemos utilizado la idea de un depósito para obtener la ecuación general del tránsito:

$$\frac{I_{i-1} + I_i}{2} - \frac{O_{i-1} + O_i}{2} = \frac{S_i - S_{i-1}}{\Delta t} \tag{3}$$



Ahora vamos a calcular el tránsito de un hidrograma que atraviesa un depósito o un embalse no regulado[5]. Nos planteamos un problema similar al que hemos resuelto para un cauce con el método de Muskingum; para cada Δt debemos calcular el caudal de salida a partir del caudal de entrada:

- **Datos**: caudales de entrada (I_{i-1}) y de salida (O_{i-1}), y volumen almacenado (S_{i-1}) **en el tiempo anterior t_{i-1}**
- **Incógnitas**: caudal de salida (O_i) y volumen almacenado (S_i) **en el tiempo t_i**

Proceso de cálculo

A partir de (3) se obtiene:

$$\left(I_{i-1}+I_i\right)-\left(O_{i-1}+O_i\right)=\frac{2S_i}{\Delta t}-\frac{2S_{i-1}}{\Delta t} \qquad (13)$$

Llevamos las incógnitas a la izquierda:

$$\boxed{\left(\frac{2S_i}{\Delta t}+O_i\right)=\left(I_{i-1}+I_i\right)+\left(\frac{2S_{i-1}}{\Delta t}-O_{i-1}\right)} \qquad (14)$$

En cada incremento de tiempo, los valores de la parte derecha de (14) son conocidos y calculamos el valor de ($2S_i/\Delta t + O_i$).

Finalmente, a partir de ($2S_i/\Delta t + O_i$) obtendremos el valor de O_i utilizando un gráfico, tabla o ecuación que **relacione O con el grupo ($2S/\Delta t + O$)**. Por tanto, debemos elaborar previamente dicha relación, que se consigue a partir de estas otras dos:

- Variación del caudal de salida con la altura del embalse
- Variación del volumen almacenado con la altura del embalse

Para lo primero existen muchas ecuaciones si el caudal de salida rebosa por un vertedero en V, rectangular, etc. Para la segunda relación es muy simple si se trata de un depósito de paredes rectas (existirá una relación lineal entre altura y volumen almacenado), pero presentará una cierta complicación si es un valle natural (habrá que planimetrar las superficies encerradas por las sucesivas curvas de nivel, y de ellas calcular volúmenes).

Para aplicar (14) en cada incremento de tiempo necesitamos el valor del grupo $\left(\frac{2S}{\Delta t}-O\right)$ del incremento de tiempo anterior, que se calcula fácilmente así :

$$\left(\frac{2S_i}{\Delta t}-O_i\right)=\left(\frac{2S_i}{\Delta t}+O_i\right)-2O_i \qquad (15)$$

Esta expresión (15) es una obviedad, siempre se cumple que A–B =A+B–2B

Veremos cada paso con detalle en el ejemplo siguiente.

Ejemplo

Calcular el tránsito de un hidrograma a través de un gran estanque con salida por un vertedero rectangular de 5 metros de anchura. El estanque es de paredes verticales y tiene un área de 7500 m^2.

El hidrograma de entrada se expresa en la columna **C** (I, m^3/s) de la tabla de la página 9.

---

[5] "No regulado" quiere decir que el caudal de salida se produce de un modo natural, bien por rebosamiento (por encima de la barrera) o por un tubo de salida situado en la parte baja de la barrera.

Elaboración de la relación *O vs.* (2*S*/Δ*t*+*O*)

Para establecer una relación entre el caudal de salida (*O*) y $\left(\frac{2S}{\Delta t}+O\right)$ necesitamos:

- La **variación del caudal de salida (*O*) en función de la altura (*h*)** , expresada en las columnas 1ª y 2ª de la tabla adjunta (la altura es la alcanzada por encima del borde del vertedero)
  Estos datos pueden proceder de medidas reales o de cálculos. En este ejemplo, el caudal se ha calculado mediante la ecuación:
  Q (m^3/s) = 3,18 · *anchura* · $h^{3/2}$ [3,18 sería una constante propia de ese vertedero concreto].

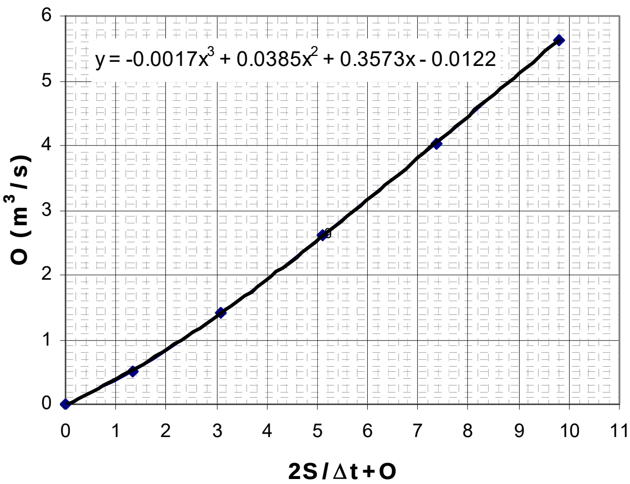
h (m)	O (m^3/s)	S (m^3)	(2S/Δt)+O
0	0	0	0,000
0,1	0,503	750	1,336
0,2	1,422	1500	3,089
0,3	2,613	2250	5,113
0,4	4,022	3000	7,356
0,5	5,621	3750	9,788

- La **variación del volumen almacenado (*S*) en función de la altura (*h*)** , columnas 1ª y 3ª de la tabla adjunta (altura y volumen por encima del borde del vertedero)
  Para establecer estos valores en una valle natural necesitamos considerar las áreas comprendidas por las curvas de nivel y la equidistancia de éstas. En este ejemplo, el cálculo del volumen almacenado es inmediato, al tratarse de un depósito de paredes rectas.

La cuarta columna se calcula con un Δt igual al de los datos del hidrograma cuyo tránsito debemos calcualr, en este ejemplo para un Δt de 30 minutos (1800 segundos)[6] . El cálculo es inmediato a partir de las columnas 2ª y 3ª. Por ejemplo, para *h* = 0,1:

$(2S/\Delta t + O) = 2\cdot\ 750/1800+0{,}503 = 1{,}336$

Ahora buscamos la relación entre las columnas 2ª y 4ª obteniendo el siguiente gráfico[7]:



Para conseguir un valor de **O** a partir de un valor de **(2S/Δt)+O** :

- Con la Hoja de Cálculo obtenemos la ecuación que mejor se ajusta a esa relación (ver en el gráfico adjunto), y aplicamos esa ecuación.
- Se lee directamente en el gráfico; esta apreciación es correcta en el cálculo manual, pero no se puede introducir en un cálculo con Excel.
- A partir de la tabla (sin gráfico ni ecuación), interpolando entre dos líneas de la tabla (así lo hace Chow, p.257), suponiendo una recta entre dos puntos consecutivos.
  Por ejemplo, para obtener **O** a partir de un valor de **(2S/Δt)+O =1,88**, la interpolación entre la 2ª y 3ª líneas de la pequeña tabla de arriba sería:

$$y = y_1 + (x - x_1)\frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \quad ; \quad O = 0{,}503 + (1{,}88 - 1{,}336)\frac{(1{,}422 - 0{,}503)}{(3{,}089 - 1{,}336)} = 0{,}788$$

[6] Como el caudal *O* está en m^3/s, el otro sumando debe estar también en m^3/s, por lo que el volumen debe expresarse en m^3y el Δ*t* en segundos (30 minutos= 1800 segundos)..

[7] Esta relación sólo es válida para el Δ*t* elegido, que, como se ha indicado, corresponde a los datos disponibles de caudal para realizar posteriormente el cálculo.

Cálculo del tránsito

En este ejemplo, se considera que previamente al hidrograma de entrada, el caudal era 0 y por tanto el volumen almacenado sobre el nivel del vertedero era también 0 (primera línea de datos, i=0).

En la columna **C** se indica el hidrograma de entrada.

Aunque vamos a describir un cálculo manual, utilizaremos coordenadas de celdas (como en Excel) para referirnos a los sucesivos cálculos.

	A	B	C	D	E	F	G
1	i	tiempo (min)	I (m^3/s)	$I_{i-1}+I_i$	[Ec. 14] $(2S_i/\Delta t)+O_i$	O (m^3/s)	[Ec. 15] $(2S_i/\Delta t)-O_i$
2	0	0	0,00			0,00	0
3	1	30	0,20	0,20	0,20	0,06	0,08
4	2	60	1,60	1,80	1,88	0,78	0,32
5	3	90	6,35	7,95	8.27	4.61	-0.95
6	4	120	2,80	9,15	8.20	4.57	-0.94
7	5	150	0,80	3,60	2.66	1.18	0.30
8	6	180	0,15	0,95	1.25	0.49	0.27
9	7	210	0,00	0,15	0.42	0.14	0.14
10	8	240	0,00	0,00	0.14	0.04	0.06
11	9	270	0,00	0,00	0.06	0.01	0.04
12	10	300	0,00	0,00	0.04	0.00	0.04

Cálculo para i=1 (línea 3)

① **D3 = C3 + C2** : I_0+I_1= 0,00+0,20=0,20

② **E3 = D3 + G2** : Aplicamos (14) para i-1=0 y para i=1:

$$\left(\frac{2S_1}{\Delta t}+O_1\right)=\left(I_0+I_1\right)+\left(\frac{2S_0}{\Delta t}-O_0\right)=0{,}20+0{,}00=0{,}20$$

③ **F3** es función de **E3**: A partir del valor de ($2S_1/\Delta t+O_1$) calculamos O_1, mediante la relación que hemos establecido previamente entre (O) y el grupo de variables ($2S/\Delta t+O$).

④ **G3 = E3 – 2*F3** : Este valor es necesario para ser utilizado en el Δt siguiente. Se calcula mediante la ecuación (15):

$$\left(\frac{2S_1}{\Delta t}-O_1\right)=\left(\frac{2S_1}{\Delta t}+O_1\right)-2O_1=0{,}20-2\cdot 0{,}06=0{,}08$$

Cálculo para i= 2 (línea 4)

① **D4 = C4 + C3**: I_1+I_2 = 0,20 + 1,60 = 1,80

② **E4 = D4 + G3** : De nuevo aplicamos (14) para i-1=1 y para i=2:

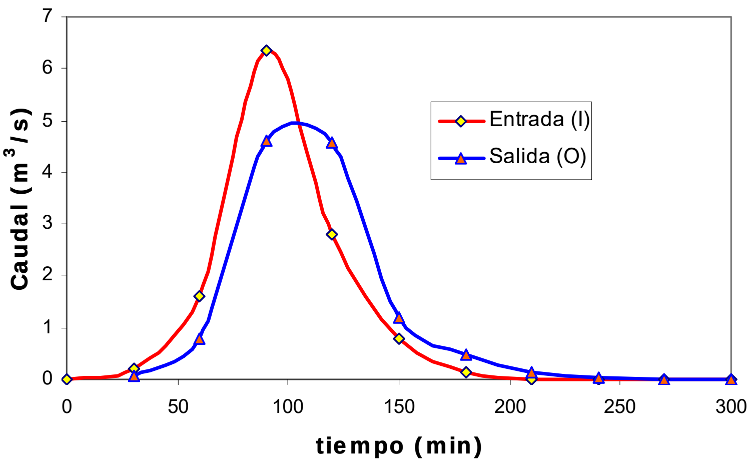
$$\left(\frac{2S_2}{\Delta t}+O_2\right)=\left(I_1+I_2\right)+\left(\frac{2S_1}{\Delta t}-O_1\right)=1{,}80+0{,}08=1{,}88$$

③ **F4** es función de **E4**: A partir del valor de ($2S_2/\Delta t+O_2$) calculamos O_2 mediante la relación conocida.

④ **G4 = E4 – 2*F4** : Aplicamos la ecuación (15):

$$\left(\frac{2S_2}{\Delta t}-O_2\right)=\left(\frac{2S_2}{\Delta t}+O_2\right)-2O_2=0{,}20-2\cdot 0{,}06=0{,}08$$

En el gráfico representamos conjuntamente las columnas C y F (caudales de entrada y salida).



Bibliografía

Chow, V.T.; D.R. Maidment & L.W. Mays (1993).- *Hidrología Aplicada.* McGraw-Hill, 580 pp.

Shaw, E.M.; K.J. Beven; N.A. Cappell y R. Lamb (2011).- *Hydrology in Practice*. Chapman & Hall, 543 pp.

Singh, V.P (1992).- *Elementary Hydrology*. Prentice Hall, 973 pp.

Viessman, W. & G. L. Lewis (1995).- *Introduction to Hydrolog*y. Harper Collins, 4ª ed., 760 pp.

Wanielista, M. (1997).- *Hydrology and Water Quality Control* 2ª edición. Ed. Wiley

En Internet:

HEC (2000).- *Hydrologic Modeling System.Technical Reference Manual*. 138 pp. http://www.hec.usace.army.mil/software/hec-hms/documentation.aspx

Mockus, V. & W. Styner (1972).- *National Engineering Handbook Part 630*, Chapter 17, 100 pp. National Resources Conservation Service, ftp://ftp.wcc.nrcs.usda.gov/wntsc/H&H/NEHhydrology/ch17.pdf

US Army Corps of Engineers (1994).- *Flood Runoff Analisys*, Chapter 9, 24 pp. http://140.194.76.129/publications/eng-manuals/EM_1110-2-1417_sec/Sections/c-9.pdf