Eficiencia de una captación: Bombeos escalonados

Todas las fórmulas de hidráulica de captaciones nos proporcionan la forma del cono de descensos en condiciones ideales. Pero en el mundo real, aunque se cumplan los presupuestos básicos de la fórmula que estemos utilizando, el cono de descensos real siempre es más profundo de lo calculado en las inmediaciones del sondeo que bombea, y esa diferencia es especialmente notoria en el propio sondeo.

Esto es debido a pérdidas de energía por rozamientos que, lógicamente, no están previstas en las ecuaciones, y que son las siguientes:

-**Pérdidas en el propio acuífero**, ya que en las proximidades del sondeo la velocidad de flujo es tan alta que no se cumple la Ley de Darcy, y, por supuesto, todas las fórmulas que calculan descensos se basan en la validez de Darcy.

-**Pérdidas en la rejilla**. Una rejilla pobre o mal diseñada tiene el mismo efecto que un grifo semicerrado que regula el caudal de agua, aunque la presión en la red de abastecimiento sea elevada.

-**Pérdidas en la bomba y en el propio sondeo**. Unas ciertas pérdidas son inevitables, pero una bomba mal diseñada, mal instalada o en malas condiciones dará lugar a pérdidas de carga suplementarias.

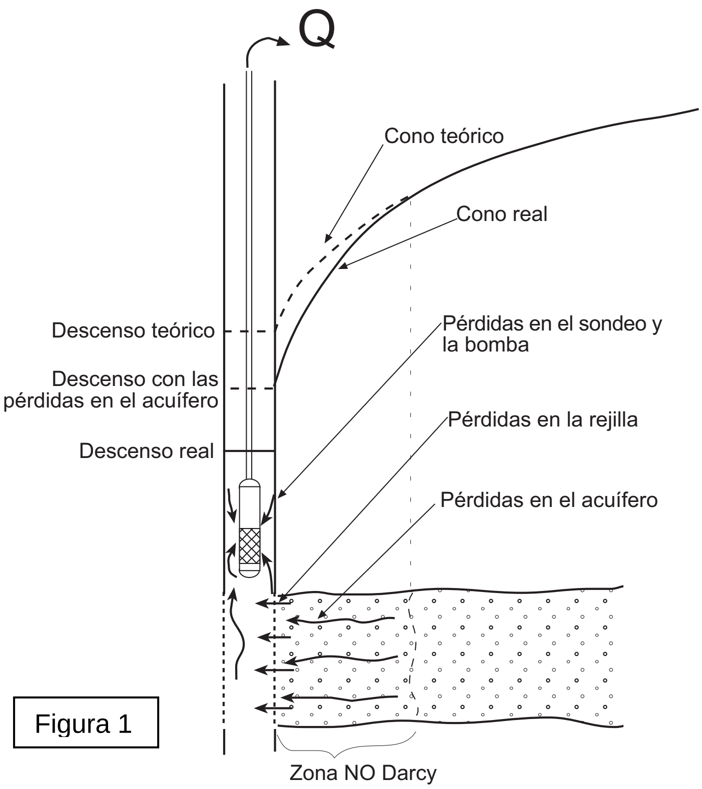

Figura 1

En resumen:

$$s_{real} = s_{teórico} + s_{pérdidas} \qquad (1)$$

s_{real} = descenso observado en el sondeo

$s_{teórico}$ = descenso teórico (calculado para una distancia r =radio del sondeo).

$s_{pérdidas}$ = descenso adicional provocado por las pérdidas referidas arriba

Si recordamos cualquiera de las fórmulas, el **descenso teórico siempre es una función lineal del caudal**, es decir, que podría resumirse así:

$$s_{teórico} = B \,.\, Q \qquad (2)$$

siendo *B* una constante (constante para un acuífero determinado y para un caudal de bombeo y un tiempo dados).

Por otra parte, Jacob dedujo en 1946 que los **descensos adicionales debidos a pérdidas** por rozamientos eran una **función potencial del cauda**l, aproximadamente función del cuadrado del caudal. O sea que :

$$s_{pérdidas} = C \,.\, Q^2 \qquad (3)$$

siendo *C* otra constante que depende de esa obra de captación concreta.

Por tanto el descenso observado en la realidad será la suma de los dos anteriores:

$$s_{real} = B.\, Q + C \,.\, Q^2 \qquad (4)$$

Finalmente, se define la **eficiencia de una captación** como la relación entre el descenso teórico y el descenso real, expresado en porcentaje, o sea:

$$Eficiencia = \frac{s_{teórico}}{s_{real}}.100 \qquad (5)$$

La fórmula es obvia, basta comprobar que si el descenso real fuera el doble del que predice la teoría, la fórmula (5) nos daría una eficiencia de 50%.

Sustituyendo las expresiones (2) y (4) en (5), resulta:

$$Eficiencia = \frac{B.\,Q}{B.\,Q + C.\,Q^2}\ 100 = \frac{B}{B + C.\,Q}\ 100 \qquad (6)$$

Hasta aquí hemos expuesto una simplificación; en realidad, el exponente de las ecuaciones (3) y (4) no siempre es igual a 2, y la ecuación (4) en su forma general es así:

$$s_{\ real} = B.\ Q + C\ .\ Q^n \qquad (7)$$

Y la fórmula para calcular la eficiencia, también en su forma general resulta así:

$$Eficiencia = \frac{B \cdot Q}{B \cdot Q + C \cdot Q^n} = \frac{B}{B + C \cdot Q^{n-1}} \qquad (8)$$

Por tanto, si pudiéramos calcular las constantes *B* y *C* (y *n*, si es distinto de 2) obtendríamos la eficiencia de esa captación para cualquier caudal *Q*.

Cálculo de las constantes B y C: Bombeos escalonados

Supongamos el caso más sencillo, considerando que el exponente $n = 2$. Para calcular las constantes *B* y *C* es necesario efectuar al menos dos bombeos sucesivos con dos caudales distintos, y medir los descensos obtenidos en cada caso.

Supongamos que bombeamos un caudal Q_1 durante un tiempo determinado, Δt, por ejemplo 1 hora, y medimos el descenso s_1 obtenido en la captación al cabo de ese tiempo. Cuando el descenso se haya recuperado totalmente, bombeamos un caudal también constante, pero mayor, Q_2, y medimos el correspondiente descenso s_2 generado en la captación, transcurrido **el mismo incremento de tiempo** (Δt en la figura 2).

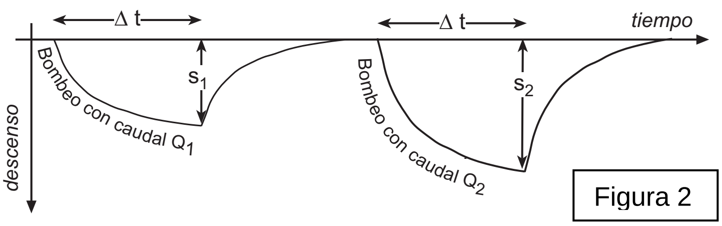

Figura 2

Aplicando la expresión (4) a estas dos parejas de valores, tendríamos:

$s_1 = B\ .\ Q_1 + C\ .\ Q_1^{\ 2}$ $\qquad$ $s_1/Q_1 = B + C\ .\ Q_1$

$s_2 = B\ .\ Q_2 + C\ .\ Q_2^{\ 2}$ $\qquad$ y dividiendo por *Q* resulta: $\qquad$ $s_2/Q_2 = B + C\ .\ Q_2$ $\qquad$ (9)

Con lo que disponemos de un sencillo sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas para obtener las constantes *B* y *C* deseadas.

Ejemplo 1.

Para calcular la eficiencia de la captación se ha efectuado el siguiente bombeo escalonado. Bombeando una hora 3,1 litros /s. se ha producido un descenso de 1,40 m. y (después de recuperarse el nivel) con un caudal de 5,8 litros/s. durante una hora se ha medido un descenso de 3,60 m.

En la tabla adjunta, calculamos las columnas 2ª y 4ª (en la 4ª utilizamos el *Q* previamente convertido a m³/día) [1]:

Q (l/s)	*Q* (m³/día)	*s* (m)	*s / Q*
3,1	*267,8*	1,40	*5,23 . 10⁻³*
5,8	*501,1*	3,60	*7,18 . 10⁻³*

[1] En éste y en los siguientes ejercicios, se puede trabajar con los caudales en litros/seg. Se obtienen valores de *B* y *C* diferentes, pero, utilizando el *Q* en litros/s en el cálculo de la eficiencia de la captación, se obtiene el mismo resultado. No obstante, parece más coherente computar *m/(m³/día)* que *m/(litros/seg)*.

Con los datos de esta tabla, aplicamos el sistema de ecuaciones (9):

$$5{,}2 \,.\, 10^{-3} = B + C \,.\, 267{,}8$$
$$7{,}2 \,.\, 10^{-3} = B + C \,.\, 501{,}2$$

Obtenemos los valores de B y C:

$$B = 2{,}98 \,.\, 10^{-3} \quad ; \quad C = 8{,}39 \,.\, 10^{-6}$$

Finalmente, podemos calcular la eficiencia del sondeo mediante la fórmula (6) para cualquier caudal; por ejemplo para 5 litros/seg. (=432 m^3/día):

$$Eficiencia = \frac{2{,}98.10^{-3}.}{2{,}98.10^{-3} + 8{,}39.10^{-6}.432}.100 = 45\%$$

Exponente distinto de 2: Necesidad de tres escalones

En un caso general el exponente es distinto de 2, y debemos obtener tres incógnitas: *A*, *B* y *n* para calcular la eficiencia [Ecuación (8)]. Para ello debemos realizar en el campo un bombeo escalonado de tres escalones (tres caudales sucesivamente crecientes) midiendo sus correspondientes descensos. Así podemos establecer un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, aplicando la ecuación (7) a cada uno de los tres escalones:

$s_1 = B \,.\, Q_1 + C \,.\, Q_1^{\,n}$ $\qquad$ $s_1 / Q_1 = B + C \,.\, Q_1^{\,n-1}$

$s_2 = B \,.\, Q_2 + C \,.\, Q_2^{\,n}$ $\qquad$ $s_2 / Q_2 = B + C \,.\, Q_2^{\,n-1}$

$s_3 = B \,.\, Q_3 + C \,.\, Q_3^{\,n}$ $\qquad$ Dividiendo por Q resulta: $\qquad$ $s_3 / Q_3 = B + C \,.\, Q_3^{\,n-1}$

Resolviendo este sistema, obtenemos los valores de *B*, *C* y *n*.

Ejemplo 2. Tres escalones, comprobamos que *n* = 2

Se ha efectuado un bombeo escalonado, obteniéndose las siguientes parejas de valores caudal - descenso con tiempos de bombeo iguales :

1,9 litros /seg.--> 9,91 metros
3,2 litros /seg. -->19,20 metros
5,1 litros/seg --> 36,56 metros

Vamos a explorar la posibilidad de que *n* = 2. Organizamos los cálculos en la tabla siguiente con ***n* = 2**:
Las variables de la tabla son las mismas que las del ejemplo 1 (2 escalones), ya que si *n* = 2, $Q^{\,n-1} = Q$

Q (litros/seg)	$Q^{\,n-1}$ (m^3/día)	s (metros)	s/Q [m/(m^3/d)]
1,9	164	9,91	$6{,}04 \,.\, 10^{-2}$
3,2	276	19,20	$6{,}96 \,.\, 10^{-2}$
5,1	440	36,56	$8{,}31 \,.\, 10^{-2}$

Representamos gráficamente las columnas 2ª y 4ª de la tabla, *Q* en abcisas y *s/Q* en ordenadas, si se obtiene una recta quiere decir que el exponente es efectivamente 2, como en el caso más sencillo expuesto inicialmente, ya que si *s/Q* es una función lineal de *Q*, entonces *n* =2 [ver las ecuaciones (9)]

En este caso, comprobamos que los puntos están alineados, trazamos la recta y leemos la ordenada en el origen y calculamos la pendiente, que son los valores de *B* y de *C*:

B= (ordenada en el origen) = 0,046

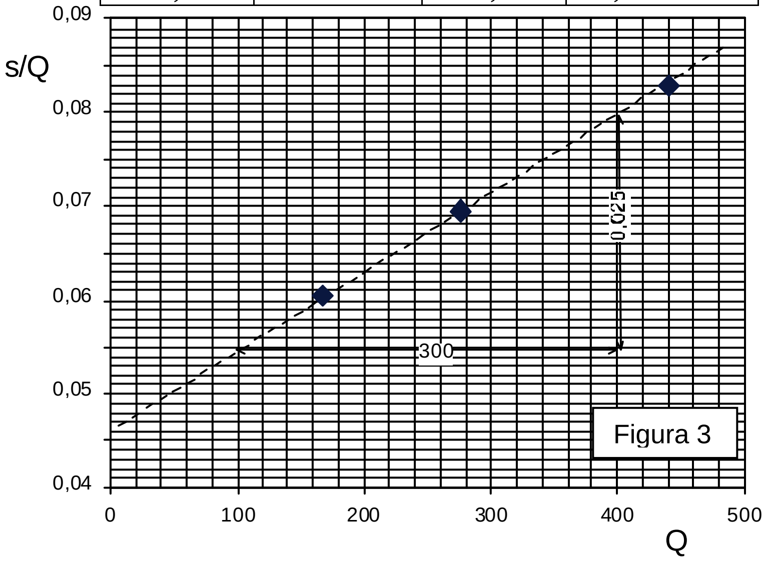

Figura 3

C = (pendiente de la recta) = 0,025/300 = 8,33 . 10^{-5}

Por supuesto que este procedimiento gráfico de resolver el sistema de ecuaciones (de calcular B y C) también puede utilizarse con dos escalones –como en el ejemplo 1–)

Finalmente, calculamos la eficiencia de la captación mediante la fórmula (6):

$$Eficiencia = \frac{0,046}{0,046 + 8,33.10^{-5} Q} \; 100$$

Por ejemplo, para un caudal Q = 5 litros /seg. (equivalentes a 432 m^3/día) obtenemos una eficiencia de 56%.

Ejemplo 3. Tres escalones, comprobamos que $n \neq 2$

Se ha efectuado un bombeo escalonado, obteniéndose las siguientes parejas de valores caudal - descenso con tiempos de bombeo iguales :

2,1 litros /seg.--> 5,62 metros
3,5 litros /seg. -->13,36 metros
5,0 litros /seg.--> 27,95 metros

Confeccionamos una tabla análoga a la del ejemplo anterior con n = 2, y representamos s/Q en función de Q^{n-1}, observando que los puntos no están alineados (Figura 4).

n = 2			
Q (litros/s)	Q^{n-1} (m^3/día)	s (metros)	s/Q [m/(m^3/d)]
2,1	181,4	5,62	0,03097
3,5	302,4	13,36	0,04418
5	432,0	27,95	0,06470

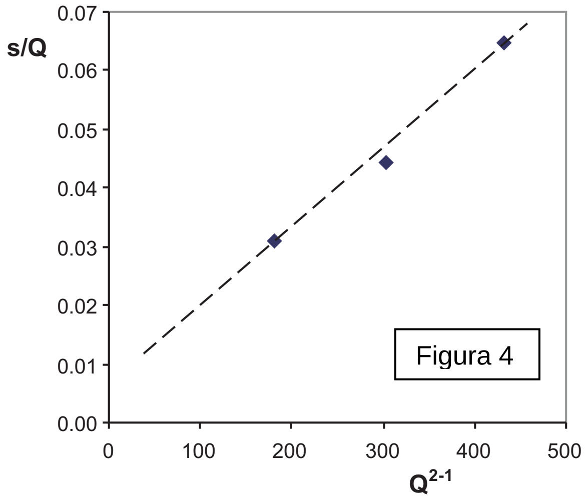

Figura 4

Repetimos la tabla y la representación gráfica para varios valores de n, consiguiendo que los tres puntos estén en línea recta con n = 2,9: [2]

n = 2,9			
Q (litros/s)	Q^{n-1} (m^3/día)	s (metros)	s/Q [m/(m^3/d)]
2,1	18541	5,62	0,03097
3,5	48678	13,36	0,04418
5	95508	27,95	0,06470

La ecuación de esta recta es:

$$s/Q = B + C \, . \, Q^{2,9-1}$$

Calculamos B leyendo la ordenada en el origen y C por la pendiente de la recta:

B = 0,023

C = 0,043 / 10^5 = 4,3 · 10^{-7}

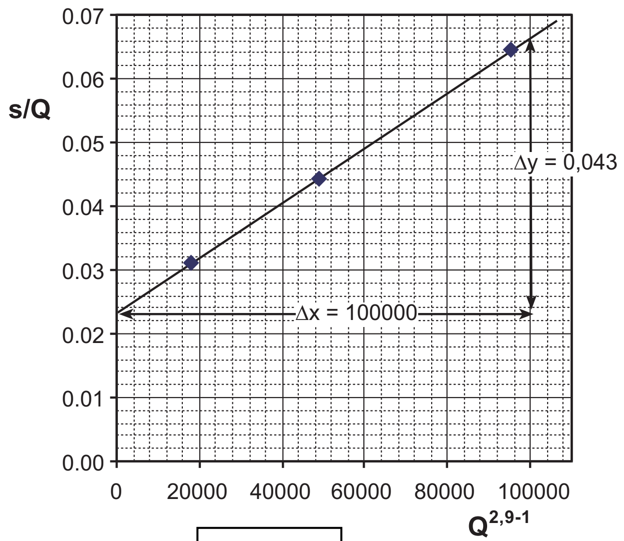

Figura 5

[2] Resolviendo el sistema de ecuaciones con estos datos se obtiene n =2,890

Bombeos escalonados sin recuperación

Respecto a la medida de los descensos correspondientes a cada escalón, hemos indicado la situación más simple de explicar: después de cada escalón se recupera el nivel inicial y realizamos el siguiente.

En la vida real no es práctico tener que esperar a que los niveles se recuperen totalmente para llevar a cabo el siguiente escalón. Para mayor rapidez, bombearemos un caudal Q_1 durante un Δt determinado, obteniendo un s_1. Tras ese Δt aumentaremos el caudal hasta un valor Q_2 que generará un descenso s_2, transcurrido el mismo Δt, etc... Los resultados se esquematizan en la figura 6, y vemos en ella que puede presentarse dos posibilidades:

En la primera, la más afortunada y que se puede ver en la figura 6A, los descensos ya se han estabilizado al terminar cada uno de los Δt. Se mide fácilmente el descenso s_1 debido a Q_1 y el descenso s_2 debido a Q_2.

Más frecuente (figura 6B) es que transcurrido el Δt correspondiente a cada escalón, el descenso no se ha estabilizado. En ese caso, el descenso debido a Q_2 en el Δt **no** será el valor XZ de la figura, sino $\boldsymbol{s_1}$ + **YZ**.

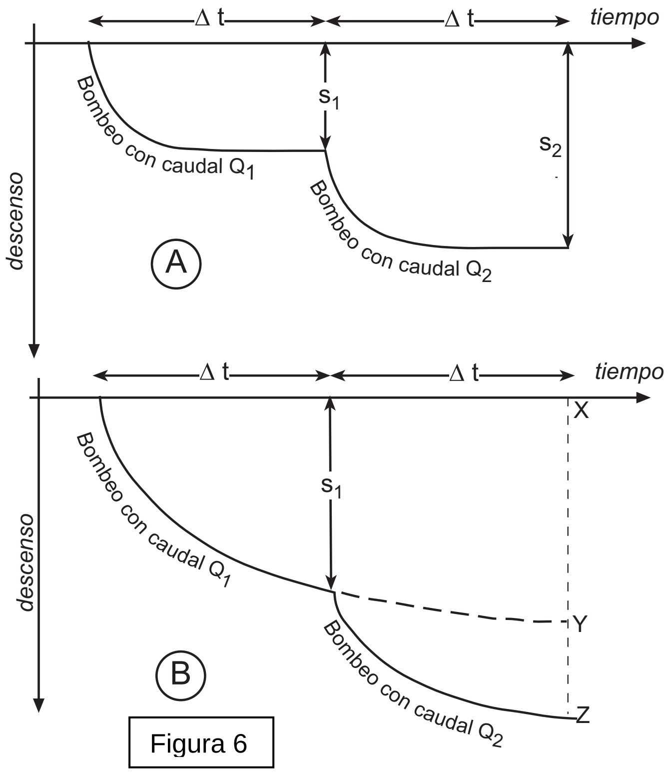

Figura 6

Explicación: Supongamos que el primer escalón se bombean 5 litros/seg y en el segundo escalón 7 litros/seg, ambos durante una hora. ¿Qué descenso habríamos obtenido si hubiéramos vuelto un segundo día, con los descensos totalmente recuperados, y hubiéramos bombeado un caudal 7 litros/seg durante una hora? Por el principio de superposición de efectos, el descenso provocado sería el mismo que la suma de los obtenidos si hubiéramos bombeado simultáneamente con dos bombas introducidas en el mismo sondeo: una bombeando 5 y la otra 2. La bomba de 5 litros/seg habría generado un descenso s_1 (el mismo del primer escalón), y la bomba de 2 litros/seg habría generado un descenso equivalente al tramo YZ de la figura.

Por ejemplo, los datos del ejemplo 1, en lugar de esperar a la recuperación del primer bombeo, podrían haberse obtenido como se indica en la figura 7. Hemos representado el tiempo en escala logarítmica para que la prolongación del primer tramo sea más sencilla.

Medimos, en la figura 7, en vertical los valores de $\boldsymbol{s_1}$ (a los 60 minutos) y el *Δ descenso* generado por el Δ*caudal* (a los 120 minutos); es el tramo que señalábamos como **YZ** en la figura 6.

$\boldsymbol{s_1}$ = 1,40 m
Δ descenso =2,20 m.
s_2 = 1,40 + 2,20 =3,60 metros

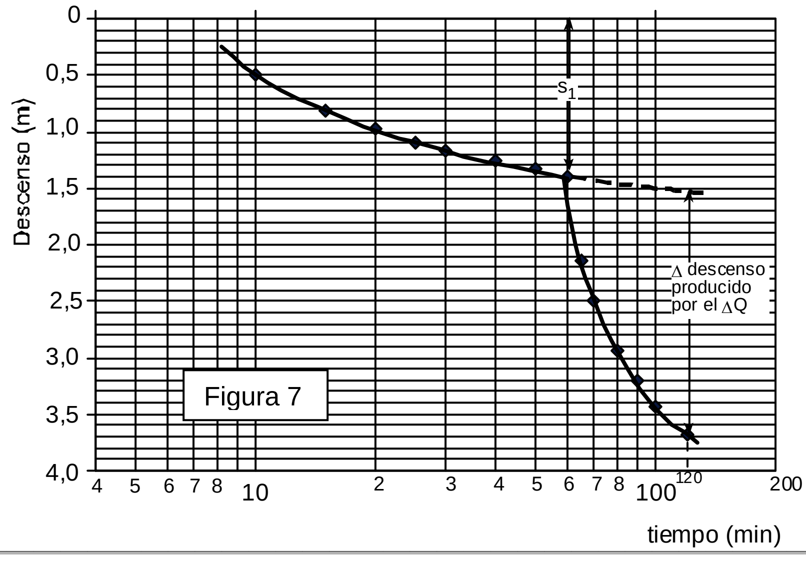

Figura 7

Análogamente se realiza la lectura de descensos cuando hay tres o más escalones. En la figura 8 vemos tres escalones de 1 hora de duración (aunque por la escala logarítmica no parezcan iguales). En el recuadro de la misma figura 8 se indica el descenso correspondiente a cada caudal.

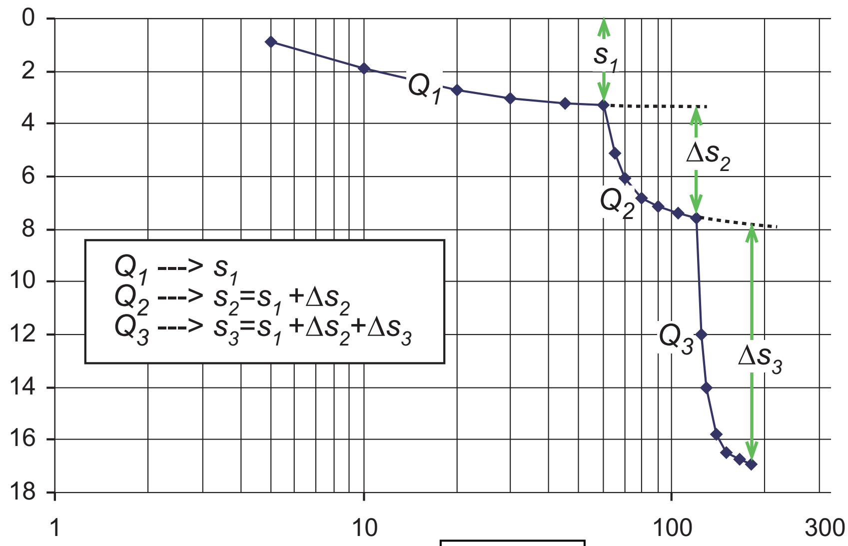

Figura 8

Para el 2º escalón, como hemos explicado más arriba, el descenso que hubiera producido el caudal Q_2 si hubiera bombeado 1 hora desde el principio sería: $s_1 + \Delta s_2$.

Para el tercer escalón, si hubiéramos bombeado 1 hora comenzando desde el principio con el caudal mayor Q_3, por el principio de superposición, podemos imaginar que el descenso obtenido, s_3, habría sido el mismo que se habría obtenido si durante 1 hora se hubieran bombeado simultáneamente 3 caudales: Q_1, $(Q_2 - Q_1)$ y $(Q_3 - Q_2)$. Esos tres caudales habrían provocado, respectivamente, los descensos marcados en la figura 6 como s_1, Δs_2 y Δs_3

O sea: $s_3 = s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3$

Bibliografía

Custodio, E. (1983) .- *Hidráulica de captaciones de agua subterránea.* **In:** *Hidrología Subterránea.* (2 tomos), Custodio, E. y M. R. Llamas (Eds.) Omega, pp. 9.1-9-392.

Hall, P. (1996) .- *Water Well and Aquifer Test Analysys*. Water Resources Pub., 412 pp.

Kruseman, G.P. y N.A. de Ridder (2000).- *Analysis and evaluation of pumping test data.* International Institute for Land Reclamation and Improvement, Holanda, 377 pp. En internet: http://content.alterra.wur.nl/Internet/webdocs/ilri-publicaties/publicaties/Pub47/Pub47.pdf En la misma web se encuentra la traducción al español de la edición anterior (1975): http://content.alterra.wur.nl/Internet/webdocs/ilri-publicaties/bulletins/Bul11s/Bul11s.pdf

Villanueva & Iglesias (1984).- *Pozos y Acuíferos. Técnicas de Evaluación mediante ensayos de bombeo.* Instituto Geológico y Minero de España, 426 pp. en: http://aguas.igme.es/igme/publica/libro35/lib35.htm