

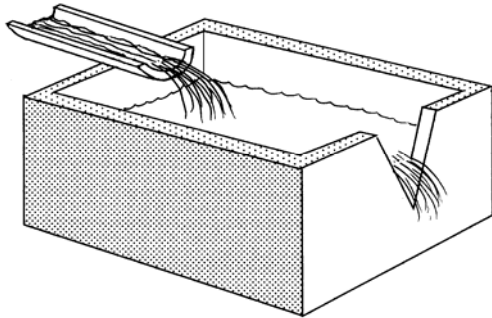
Hidrograma unitario de Clark

Este método fue expuesto por Clark (1945) y es recogido por casi todos los textos de hidrología (por ejemplo: Viessman, 2003; Wanielista, 1997; Rangunath, 2006); se implementa en modelos como HMS (HEC, 2010). El método se basa en la distribución de la superficie de la cuenca entre **líneas isocronas**¹ para computar el volumen de agua caído sobre cada una de esas superficies y considerar el retardo producido por el tránsito del agua a lo largo de la cuenca..

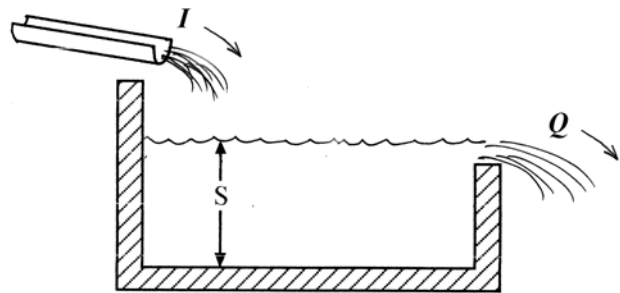
En el tema correspondiente² hemos esquematizado las fases de cálculo para calcular un hidrograma a partir de precipitaciones: 1) Cálculo de la P neta. 2) Cálculo del hidrograma producido por esa P neta. 3) Tránsito de ese hidrograma a lo largo de un tramo de río aguas abajo. En este método se mezclan los pasos 2 y 3: calcula los volúmenes de agua recibidos (área x altura de precipitación) y también tiene en cuenta el retardo producido por el necesario desplazamiento de ese volumen de agua desde las partes más alejadas hasta la salida de la cuenca.

Fundamento: tránsito de un caudal en un depósito lineal

Este método supone que la cuenca considerada funciona como un *depósito*. Un aumento del caudal de entrada de un depósito o embalse se refleja en el caudal de salida amortiguado y retardado.



Un aumento brusco en el caudal de entrada, se recibirá amortiguado y retardado en el caudal de salida



En un depósito considerado *lineal*, el caudal de salida (Q) es proporcional al volumen almacenado (S)

El modo más

simple de considerar este fenómeno es considerar un depósito **lineal** (*lineal reservoir*): eso significa que existe una **relación lineal** entre el volumen almacenado en el depósito y el caudal de salida:

$$S = Q \cdot R \quad (1)$$

Q = Caudal de salida de un embalse o depósito

S = Volumen almacenado

R = Constante de proporcionalidad

Por otra parte, es evidente que para un Δt dado:

$$V_{in} - V_{out} = \Delta S \quad (2)$$

V_{in} = Volumen que ha entrado en un Δt

V_{out} = Volumen que ha salido en el mismo Δt

ΔS = Variación del volumen almacenado en ese Δt

Dividiendo la expresión (2) por Δt resulta (volumen/tiempo=caudal):

$$I - Q = \Delta S / \Delta t \quad (3)$$

I = Caudal de entrada medio en ese Δt

Q = Caudal de salida medio en ese Δt

¹ La isocrona de 3 horas es el lugar geométrico de los puntos desde los que la escorrentía superficial tardará 3 horas en alcanzar la salida de la cuenca

² [Hidrología Superficial \(III\): Relaciones precipitación-escorrentía](#)

Los caudales medios de entrada (I) y de salida (Q) a lo largo del intervalo Δt podemos considerarlos como la media de los caudales en los extremos del Δt . Y el ΔS a lo largo del Δt es: $S_i - S_{i-1}$. Sustituyendo estos valores en (3) resulta³:

$$\frac{I_{i-1} + I_i}{2} - \frac{Q_{i-1} + Q_i}{2} = \frac{S_i - S_{i-1}}{\Delta t} \quad (4)$$

E introduciendo aquí el valor de S expresado en (1), resulta:

$$\frac{I_{i-1} + I_i}{2} - \frac{Q_{i-1} + Q_i}{2} = R \cdot \frac{Q_i - Q_{i-1}}{\Delta t} \quad (5)$$

Finalmente, despejando Q_i resulta:

$$Q_i = \frac{I_{i-1} + I_i}{2} \cdot c + Q_{i-1} \cdot (1 - c) \quad ; \quad \text{siendo } c = \frac{2 \cdot \Delta t}{2R + \Delta t} \quad (6)$$

donde: I_{i-1}, I_i = Caudal de entrada en los tiempos, t_{i-1}, t_i

Q_{i-1}, Q_i = Caudal de salida en los tiempos, t_{i-1}, t_i

Δt = incremento de tiempo entre los tiempos t_{i-1}, t_i

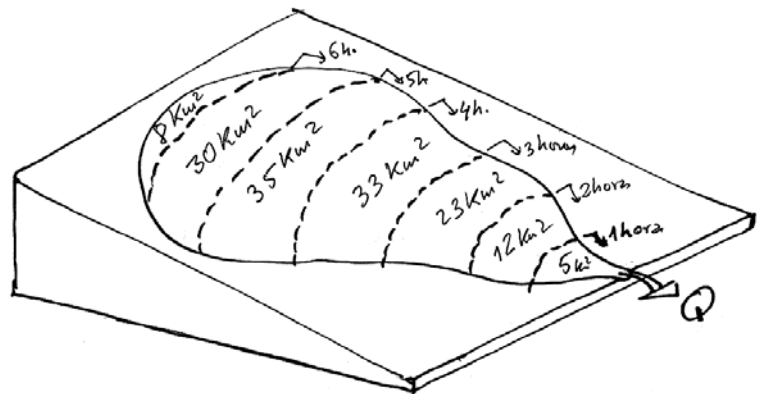
R = coeficiente de almacenamiento del depósito o embalse [ec. (1)]

Aplicación práctica

Supongamos que estudiamos la cuenca representada en la figura adjunta. (146 km², tiempo de concentración: 7 horas⁴). Hemos trazado las isocronas y planimetrado las superficies entre ellas⁵. Si no disponemos de esas

superficies, se puede calcular aproximadamente, ver el último apartado de este documento.

Si **en un instante** cayera una precipitación unidad (p. ej. 1 mm.), el hidrograma que se registraría en la salida sería por definición el Hidrograma Unitario **Instantáneo** (HUI). Si no existiera ningún tipo de retardo en el tránsito, el cálculo de los valores de este HUI sería sencillo: El caudal de la primera hora correspondería al volumen precipitado en la primera franja, en la segunda hora llegaría el volumen precipitado entre las isocronas de 1 hora y 2 horas, y así sucesivamente.



Las fases de cálculo son las siguientes:

1) Curva tiempo-área. Volumen y caudal para una precipitación unidad

Las **superficies comprendidas entre isocronas** quedan reflejadas en la segunda columna de la tabla siguiente. Suponemos que en un instante cae sobre la cuenca una **P neta de 1 mm.**

³ Es la misma fórmula (3) obtenida en el tema *Tránsito de hidrogramas*

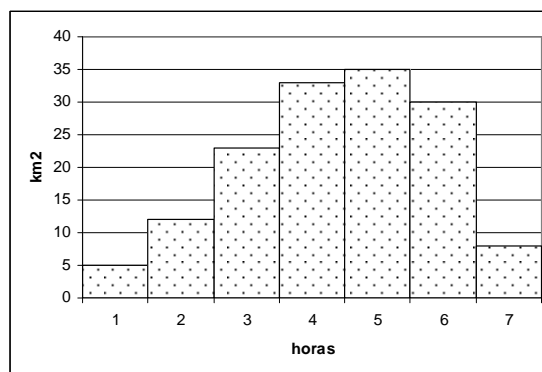
⁴ Si el tiempo de concentración fuera 6,4 horas, redondeamos por exceso a 7.

⁵ Para dibujar las isocronas sobre un mapa, calculamos tiempos de recorrido en varios puntos (con fórmula de tiempo de concentración, midiendo distancias con un curvómetro y pendientes con las curvas de nivel) y posteriormente trazamos isolíneas.

Los volúmenes recibidos en cada franja (entre dos isocronas contiguas) se refleja en la 3ª columna, multiplicando área por altura: una lámina de 1 mm. en una superficie de 5 km² es un volumen de: $5 \cdot 10^6 \text{ m}^2 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 5000 \text{ m}^3$

TABLA 1

t (horas)	Área (km ²)	Volumen (m ³) P _{neto} = 1 mm	Caudal (m ³ /s) P _{neto} = 1 mm
1	5	5000	1,39
2	12	12000	3,33
3	23	23000	6,39
4	33	33000	9,17
5	35	35000	9,72
6	30	30000	8,33
7	8	8000	2,22



Curva TA (tiempo-área): gráfico que representa áreas entre isocronas.

La 4ª columna (**Caudal**, en m³/s) representa los caudales que se registrarían en la salida si la escorrentía no tuviera ningún retardo o amortiguación en la cuenca; solamente tenemos en cuenta el tiempo que invierte el flujo entre isocronas. En la 1ª hora pasarían los 5000 m³ que hemos calculado en la columna anterior, que dividiendo por 3600 (segundos/hora) obtenemos el caudal medio para la primera hora de 1,39 m³/s. (Si hubiéramos trazado las isocronas en intervalos de 15 minutos, dividiríamos los volúmenes por 15x60 segundos). En la segunda hora llegaría el volumen caído entre la 1ª y 2ª isocronas (superficie de 12 km² en la figura de la página anterior).

2) Coeficiente de almacenamiento o retardo de la cuenca

La mayor dificultad de este procedimiento es que necesita un *coeficiente de almacenamiento R* (en horas) que ha aparecido al describir el fundamento del método: representa el retardo que la cuenca impone a la escorrentía superficial para desplazarse. Puede calcularse disponiendo de un hidrograma real de esa cuenca o evaluarse de algún modo. Algunos autores suponen que es similar al *lag* o tiempo de retardo, o que es una fracción del tiempo de concentración, multiplicando éste por un factor del orden de 0,75.

Para este ejemplo vamos a suponer un coeficiente $R = 8$ horas.

3) Cálculo del Hidrograma Unitario Instantáneo (HUI)

Ya hemos indicado que el método de Clark supone que la cuenca se comporta como un depósito lineal: Los caudales de entrada en el depósito (la cuenca) son los obtenidos en la última columna de la tabla anterior y los caudales de salida de ese supuesto depósito se obtienen mediante la fórmula (6):

Si el coeficiente $R = 8$ horas $\Rightarrow c=0,1176$

Ahora aplicamos la fórmula (6) para cada hora. Por ejemplo, para $t = 2$, el cálculo sería:

$$Q_2 = \frac{1,39 + 3,33}{2} \cdot 0,1176 + 0,08 \cdot (1 - 0,1176) = 0,35$$

Desde el principio, hemos calculado volúmenes y caudales para una P neta de 1 mm recibida en un instante. Por ello, Clark lo denominó *Hidrograma Unitario Instantáneo*.

4) Cálculo del Hidrograma Unitario para un Δt igual al tiempo entre isocronas

Finalmente hacemos la media del HUI con él mismo desplazado un Δt. (En la Tabla 3, la 6ª columna es igual a la 5ª desplazada un Δt, en este caso, 1 hora).

TABLA 2

t (horas)	Q _{entrada} (m ³ /s) (I)	Q _{salida} (m ³ /s) (Q)
0	0	0,00
1	1,39	0,08
2	3,33	0,35
3	6,39	0,88
4	9,17	1,69
5	9,72	2,60
6	8,33	3,36
7	2,22	3,59
8	0	3,29
9	0	2,91
		etc.

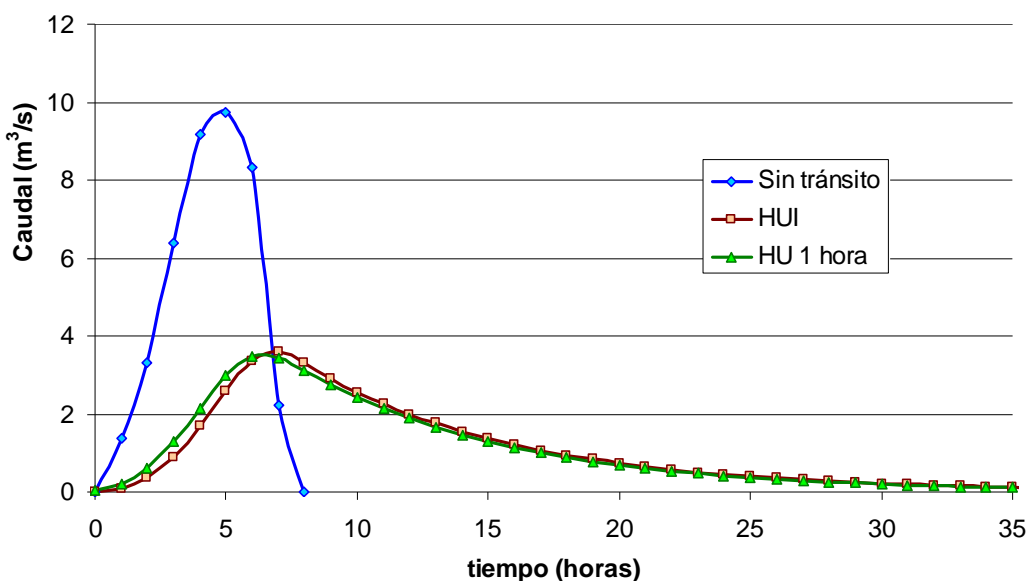
Los resultados finales (7ª columna) son la media de las dos anteriores. Por ejemplo, para t=2 horas, el cálculo es: $(0,35+0,88)/2 = 0,61$

En esta tabla reunimos todos los cálculos realizados:

TABLA 3

t (horas)	Área (km ²)	Volumen (m ³) P _{neto} = 1 mm	Caudal (m ³ /s) P _{neto} =1 mm	HUI (m ³ /seg)	HUI desplazado (m ³ /seg)	HU (m ³ /seg)
0	0,00	0	0,00	0,00	0,08	0,04
1	5,00	5000	1,39	0,08	0,35	0,22
2	12,00	12000	3,33	0,35	0,88	0,61
3	23,00	23000	6,39	0,88	1,69	1,29
4	33,00	33000	9,17	1,69	2,60	2,15
5	35,00	35000	9,72	2,60	3,36	2,98
6	30,00	30000	8,33	3,36	3,58	3,47
7	8,00	8000	2,22	3,58	3,29	3,44
8	0	0	0,00	3,29	2,91	3,10
9	0	0	0,00	2,91	2,56	2,74
10	0	0	0,00	2,56	2,26	2,41
11	0	0	0,00	2,26	2,00	2,13
12	0	0	0,00	2,00	1,76	1,88
13	0	0	0,00	1,76	1,55	1,66
14	0	0	0,00	1,55	1,37	1,46
15	0	0	0,00	1,37	1,21	1,29
16	0	0	0,00	1,21	1,07	1,14
17	0	0	0,00	1,07	0,94	1,01
18	0	0	0,00	0,94	0,83	0,89
19	0	0	0,00	0,83	0,73	0,78
20	0	0	0,00	0,73	0,65	0,69
21	0	0	0,00	0,65	0,57	0,61
22	0	0	0,00	0,57	0,50	0,54

La representación gráfica del hidrograma resultante sería así:

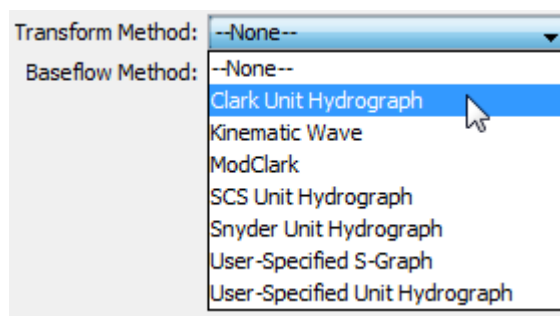


El hidrograma rotulado como “Sin tránsito” es el que se produciría si no existiera ningún retardo en el tránsito del caudal.(Caudales obtenidos en la Tabla 1)

Si pensamos que la cuenca se comporta como un depósito “lineal”, ese primer hidrograma sería la entrada del depósito y el HU obtenido sería la salida del depósito, bien como HU *instantáneo*, o como HU para 1 hora.

Aplicación en HEC-HMS. Estimación de las isocronas

Según hemos explicado, la aplicación del método necesita conocer las superficies comprendidas entre las sucesivas líneas isocronas y la estimación del coeficiente R. Dentro de HMS, cuando elegimos el método de Clark (atención: no “ModClark”) entre los diversos métodos para transformar la precipitación neta en caudal, nos pregunta solamente el tiempo de concentración de la cuenca y el citado coeficiente R.



Esta sorprendente simplificación se debe a que el programa utiliza las siguientes expresiones para calcular las áreas entre isocronas (HYDROLOGIC ENGINEERING CENTER, 2000):

$$A_t = A \cdot 1,414 (t / t_c)^{1,5} \quad [\text{para } t < 0,5 \cdot t_c] \quad (7)$$

$$A_t = A \cdot (1 - 1,414 (1 - (t / t_c))^{1,5}) \quad [\text{para } t \geq 0,5 \cdot t_c] \quad (8)$$

donde: A_t = Área acumulada hasta la isocrona t

t = isocrona considerada (horas)

A = Área total de la cuenca

t_c = tiempo de concentración (horas)

Si estamos realizando el cálculo manualmente y no disponemos de medidas entre isocronas, podemos realizar la estimación mediante las expresiones anteriores.

Ejemplo: Considerando la cuenca del ejemplo anterior (146 km², tiempo de concentración: 7 horas), supongamos que no disponíamos de las superficies medidas entre isocronas y necesitamos hacer una estimación:

t (horas)	sup acum (km ²)	sup (km ²)
1	11,1 (*)	11,1
2	31,5 (*)	20,4
3	57,9 (*)	26,4
4	88,1 (**)	30,2
5	114,5 (**)	26,4
6	134,9 (**)	20,4
7	146,0 (**)	11,1

(*) : $t < 0,5 \cdot t_c$. Utilizamos la fórmula (7)

(**) : $t \geq 0,5 \cdot t_c$. Utilizamos la fórmula (8)

La tercera columna se obtiene restando los valores consecutivos de la segunda columna. Por ejemplo: hasta la isocrona de 2 horas la superficie es de 31,5 km². Entre las isocronas 1 y 2 la superficie es de: 31,5 – 11,1 = 20,4 km².

Bibliografía

CLARK, C.O. (1945).- Storage and the Unit Hydrograph. *ASCE Trans.*, **110**: 1419-1446

HYDROLOGIC ENGINEERING CENTER (2000).- *Hydrologic Modeling System HEC-HMS. Technical Reference Manual*. US Army Corps of Engineers, 138 pp.

RAGHUNATH, H.M. (2006).- *Hydrology*. New Age International. 477pp.

VISSMAN, W. & G. L. LEWIS (2003).- *Introduction to Hydrology*. Pearson Education Inc., 5ª ed., 612 pp.

WANIELISTA, M. P. (1997).- *Hydrology and Water Quality Control*. Wiley, 567 pp. 2ª edición. .