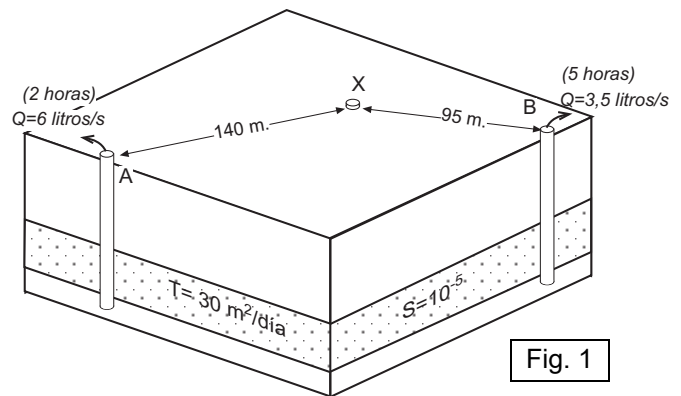


Principio de Superposición. Recuperación. Acuíferos limitados

Concepto

El efecto producido en la superficie freática o piezométrica por dos o más pozos que bombean (o inyectan) es el mismo que la suma de todos los efectos que habrían producido cada uno de los pozos individualmente, como si los otros no existieran.¹

Es más sencillo explicarlo con un ejemplo: Supongamos que deseamos saber el descenso generado en el pozo X por los sondeos en A y en B con las características indicadas en la figura 1.



Si disponemos de los datos suficientes para calcular el descenso que produciría A si B no bombeara, y análogamente el que produciría solamente B, en el caso real (bombean los dos) bastará calcular el descenso producido por uno y por otro y sumarlos.

Para que los cálculos sean lo más simples posible, supongamos que el ejemplo de la figura se desarrolla en un acuífero confinado perfecto. Primero aplicamos la ecuación de Jacob² para obtener el descenso producido por A:

$$s_A = 0,183 \frac{6 \cdot 86,4}{30} \log \frac{2,25 \cdot 30 \cdot 2}{140^2 \cdot 10^{-5} \cdot 24} = 4,61 \text{ metros}$$

Después calculamos el descenso producido por B, y después sumamos ambos descensos

$$s_B = 0,183 \frac{3,5 \cdot 86,4}{30} \log \frac{2,25 \cdot 30 \cdot 5}{95^2 \cdot 10^{-5} \cdot 24} = 4,04 \text{ metros}$$

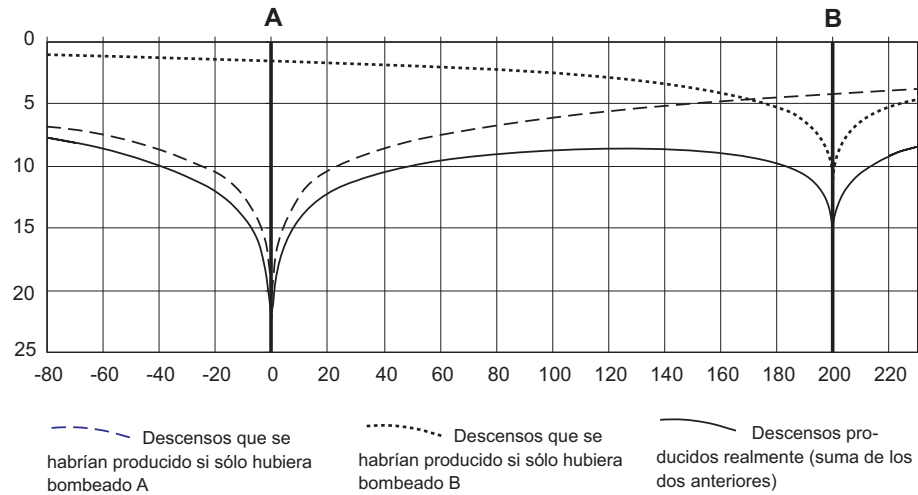
$$s_{total} = s_A + s_B = 4,61 + 5,78 = 8,65 \text{ metros}$$

Representando los descensos a lo largo del plano vertical que pasa por A y B observamos (figura 2) el cono generado por A (trazos largos), el generado por B (trazos cortos) y la suma de ambos, que sería lo observado en la realidad. Para el cálculo y trazado de esta figura se han utilizado los datos del ejemplo anterior, suponiendo que la distancia entre A y B es de 200 metros.

¹ El Principio de Superposición se define y utiliza en varios campos de la Física, especialmente para la superposición de ondas.

² A lo largo de todo el tema utilizamos la ecuación de Jacob (acuíferos confinados) porque es la más simple. Por supuesto, en todos los ejemplos habría que aplicar la ecuación correspondiente al tipo de acuífero de que se trate (acuífero semiconfinado, libre...).

Figura 2.-
Conos de descensos producidos por los dos bombes de la figura 1



Bombeo con caudal variable

El principio de superposición nos permite calcular descensos cuando el caudal es variable.

Por ejemplo, supongamos que en un acuífero de características conocidas se ha bombeado durante 15 horas: las 10 primeras, un caudal de 4 litros/seg, y las 5 horas siguientes se aumenta el caudal a 7 litros/seg.

Para ello, podemos suponer que en el mismo sondeo están funcionando dos bombas (fig. 3): una mantiene el caudal de 4 litros/seg hasta el final, y a las 10 horas, la segunda bomba, introducida en el mismo sondeo comenzara a extraer 3 litros/seg (el incremento de caudal que realmente se produjo). Esta ficción tiene que producir el mismo efecto que la realidad, puesto que las últimas 5 horas se

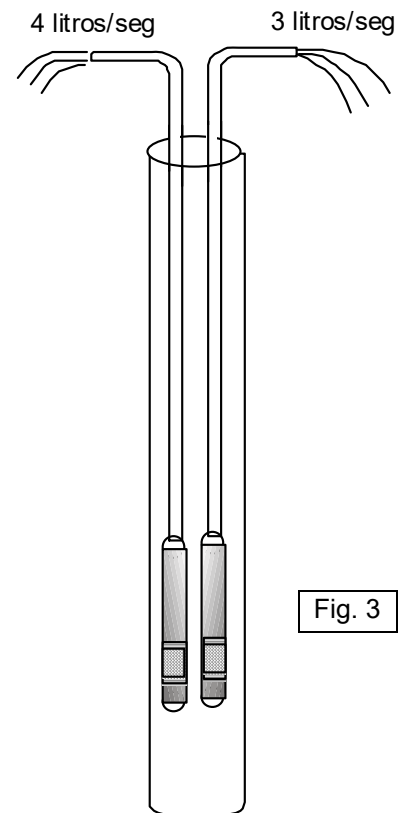
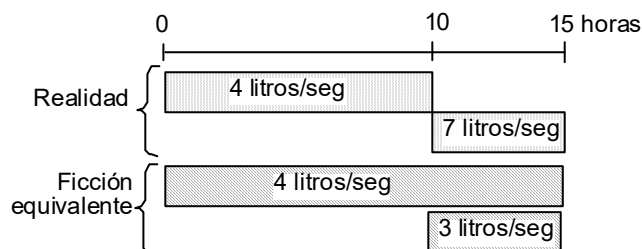


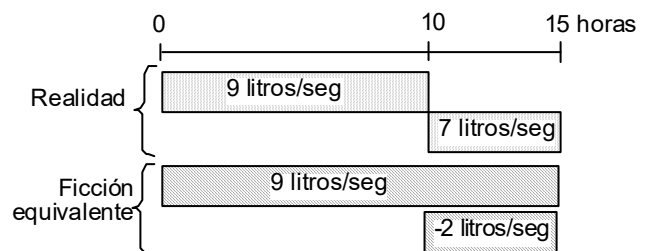
Fig. 3



bombeaban $4+3=7$ litros/seg.

También es sencillo simular una disminución de caudal.

Supongamos que en un caso similar al anterior, el caudal disminuye de 9 litros/seg. a 7. Bastará suponer que el caudal de 9 permanece constante, y que una segunda bomba comienza a inyectar un caudal de 3 (por tanto, -3 litros/seg.), como se esquematiza en la figura adjunta ³:

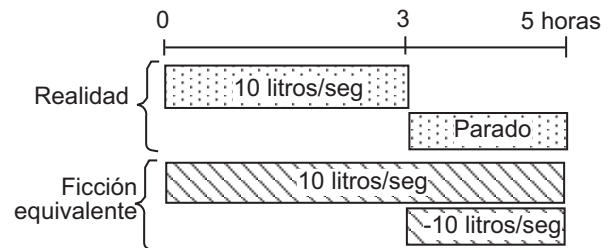


³ Si se inyecta un caudal se genera un cono de ascensos idéntico al que se hubiera creado al bombear el mismo caudal, pero invertido. Para calcularlo es suficiente utilizar la fórmula adecuada al tipo de acuífero de

También puede plantearse el caso de que deseemos conocer los descensos existentes después de un tiempo τ (t griega, tau) de bombeo y de un tiempo t de descanso.

Supongamos que el sondeo estuvo bombeando 10 litros/seg. durante 3 horas, después se detuvo, y ha estado 2 horas parado. Se desea conocer el descenso después de esas 2 horas de descanso.

Basta suponer (de nuevo la imagen de las dos bombas en el mismo sondeo) que el bombeo no se interrumpió, sino que a esa misma hora comenzó a inyectarse el mismo caudal que se está extrayendo. Es obvio que extraer 10 litros/seg. y simultáneamente inyectar 10 litros/seg. sería lo mismo que no extraer nada.



Con las cifras de la figura adjunta, bastaría aplicar la fórmula correspondiente dos veces: 1º) $Q=10$ litros/seg. y tiempo=5 horas, 2º) $Q=-10$ litros/seg. y tiempo=2 horas. Finalmente, sumar los valores obtenidos por ambos cálculos.

Esta idea general es válida para cualquier acuífero: sólo habría que aplicar las fórmulas adecuadas a acuíferos semiconfinados o libres. Pero vamos a ver aquí brevemente la aplicación a acuíferos confinados, que siempre es lo más simple.

En la figura adjunta vemos los descensos en un acuífero confinado que estuvo bombeando 3 horas tras las cuales ha estado detenido otras 2 horas.⁴

En la figura 4 se han señalado descensos a los 240 minutos, cuando llevaba parado 1 hora: Si el bombeo no se hubiera detenido (hubiera bombeado 4 horas) el descenso alcanzado hubiera sido de S_b . La virtual inyección de un caudal idéntico al bombeado, tras 1 hora, habría generado un ascenso S_r . Por tanto, el descenso residual es:

$$s' = S_b - S_r$$

El cálculo con la fórmula de Jacob sería así:

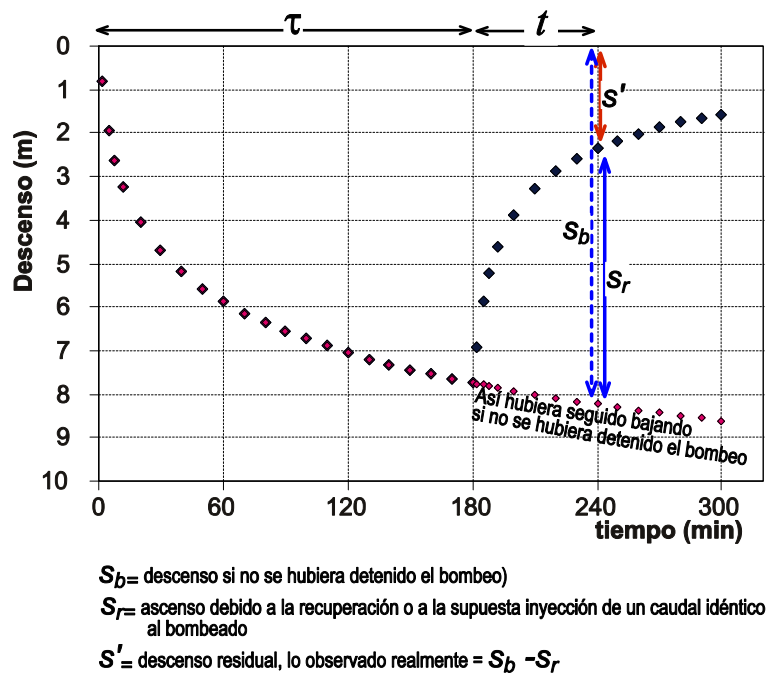


Figura 4.- Descensos residuales, durante la recuperación

que se trate, simplemente introduciendo en la fórmula un valor negativo para el caudal, con lo que la fórmula nos devuelve un descenso negativo, es decir: un ascenso

⁴ El gráfico se ha calculado con la fórmula de Theis y con los siguientes datos:

$T=100$ m²/día, $S= 5.10^{-5}$, $Q= 10$ litros/seg, $r= 50$ m

$$s' = s_b - s_r = 0,183 \frac{Q}{T} \log \frac{2,25 T (\tau + t)}{r^2 S} - 0,183 \frac{Q}{T} \log \frac{2,25 T t}{r^2 S} = 0,183 \frac{Q}{T} \log \frac{(\tau + t)}{t} \quad (1)$$

Si conocemos solamente un dato de descenso residual (s') tras un tiempo de recuperación t , y el caudal (Q), podemos utilizar la expresión anterior para evaluar la transmisividad (T) del acuífero.

Ejemplo 1: Se ha bombeado un caudal de 5 litros/seg durante 2 horas (τ). Se detiene el bombeo y 1,5 horas después, el descenso residual es de 0,93 m. Calcular la Transmisividad.

Despejando T en la última fórmula, resulta:

$$T = 0,183 \frac{Q}{s'} \log \frac{\tau + t}{t} = 0,183 \frac{5 \cdot 86,4}{0,93} \log \frac{2 + 1,5}{1,5} = 31,3 \text{ m}^2 / \text{día}$$

El cálculo anterior sólo es correcto si sabemos que el acuífero es confinado o que se está comportando como tal. Para disipar esa duda, lo correcto es disponer de todos los datos de la recuperación y representar s' en función de $\log(\tau + t / t)$. El cálculo de T es muy sencillo, por el mismo procedimiento que la práctica del método de Jacob, como vemos en el ejemplo siguiente:

Ejemplo 2: Se ha bombeado un caudal de 7 litros/seg durante 3 horas (τ), y tras la detención del bombeo se han medido en un piezómetro próximo los tiempos y descensos residuales que se indican en las dos primeras columnas de la tabla adjunta:

t desde stop (min)	Descenso residual (s')	$\frac{\tau + t}{t}$
5	5,43	37,0
10	4,43	19,0
15	3,86	13,0
20	3,46	10,0
30	2,93	7,0
40	2,56	5,5
60	2,09	4,0
95	1,63	2,9

Calculamos la tercera columna, $(t + \tau) / t$. Por ejemplo, para 5 minutos será: $(180 + 5) / 5$

Representamos en un gráfico semilogarítmico los descensos residuales en función de $(\tau + t) / t$:

Si aplicamos la ecuación (1) a dos puntos de la recta de modo que en abscisas uno sea 10 veces mayor que el otro, y restamos miembro a miembro, resulta (ver la figura adjunta):

$$\Delta s' = 0,183 \frac{Q}{T} \log 10$$

Con los datos del gráfico adjunto leemos que para una variación en abscisas de 2 a 20, el incremento en ordenadas es 3,4 metros. Aplicando la fórmula anterior, resulta:

$$3,4 = 0,183 \frac{7 \cdot 86,4}{T} \cdot 1$$

$$T = 32,6 \text{ m}^2 / \text{día}$$

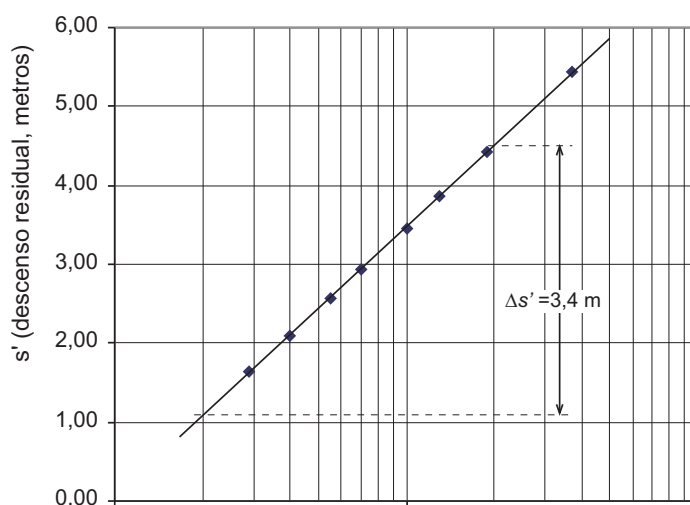


Fig. 5.- Recuperación: descensos en función de $(\tau + t) / t$

Recuperación incompleta en acuíferos limitados

En un acuífero ilimitado, tras cesar el bombeo la superficie inicial se recupera hasta la misma posición en que se encontraba (En la figura 6-a, posiciones ① y ③), ya que afluye agua desde la periferia del cono de descensos hasta que se alcanza la recuperación completa.

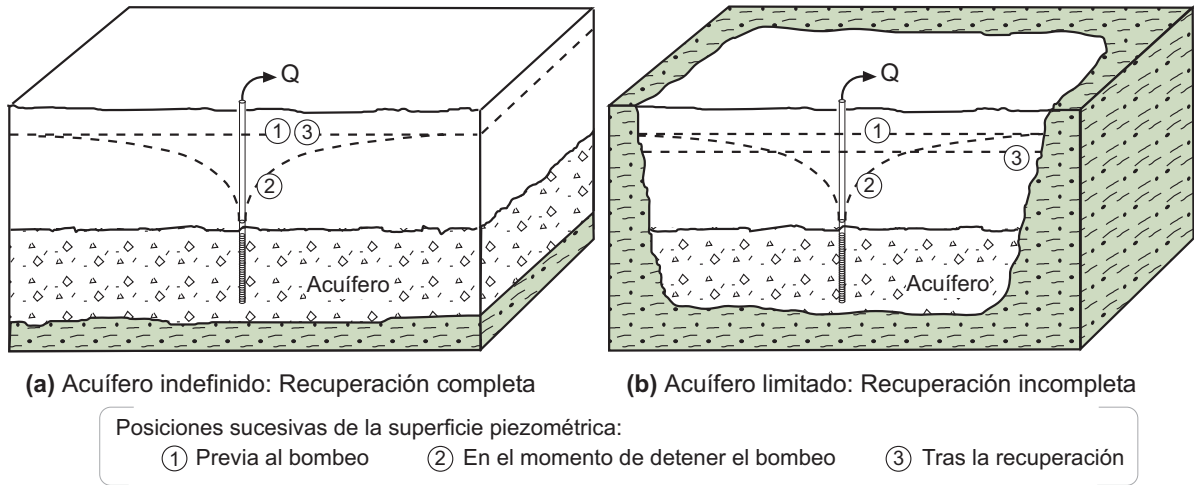


Fig. 6.- Recuperación total en un acuífero ilimitado y recuperación parcial en otro limitado

En cambio, en un acuífero limitado (figura 6-b), el volumen de agua extraído hace que tras la recuperación la superficie freática o piezométrica quede más abajo de la posición inicial⁵. En la Figura 6-b el espacio comprendido entre las superficies ① y ③ corresponde al volumen de agua extraído (teniendo en cuenta el coeficiente de almacenamiento o porosidad eficaz).

Ejemplo 3: En un entorno similar a la figura 6-b se han bombeado 15 l/s durante 12 horas, y tras la recuperación, la superficie piezométrica ha quedado 1,20 metros más baja que su posición inicial. Si conocemos el coeficiente de almacenamiento podemos evaluar la extensión del acuífero (Ejemplo modificado de Villanueva e Iglesias, 1984).

$$\text{Volumen extraído} = 15 \text{ litros/seg} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{litro} \cdot 3600 \text{ seg/hora} \cdot 12 \text{ horas} = 648 \text{ m}^3$$

Si el coeficiente de almacenamiento es $S = 10^{-4}$ y la superficie del acuífero es A , podemos establecer que :

$$\text{Volumen descendido} = [A \text{ m}^2 \cdot 1,2 \text{ m} \cdot 10^{-4}] \text{ m}^3$$

Igualando el volumen extraído con el volumen descendido se puede evaluar la superficie del acuífero afectada por el bombeo.

$$648 \text{ m}^3 = [A \cdot 1,2 \cdot 10^{-4}] \text{ m}^3 \implies A = \frac{648 \text{ m}^3}{1,2 \text{ m} \cdot 10^{-4}} = 5,4 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 5,4 \text{ km}^2$$

En el caso de la recuperación total, la recta de la figura del ejemplo 2 debe pasar por el punto (1, 0). Eso es debido a que para un tiempo muy largo, $(\tau+t)/t$ tiende a 1 y la recuperación será completa, es decir: $\text{descenso} = 0$.

En cambio, si la recuperación no ha restituido el nivel previo al bombeo, la recta

$$s' = \text{función de } (\tau+t)/t$$

no pasará por el punto (1,0), sino que para $(\tau+t)/t = 1$ (tiempo infinito) nos indicará el descenso no recuperado (marcado como z en la figura 7):

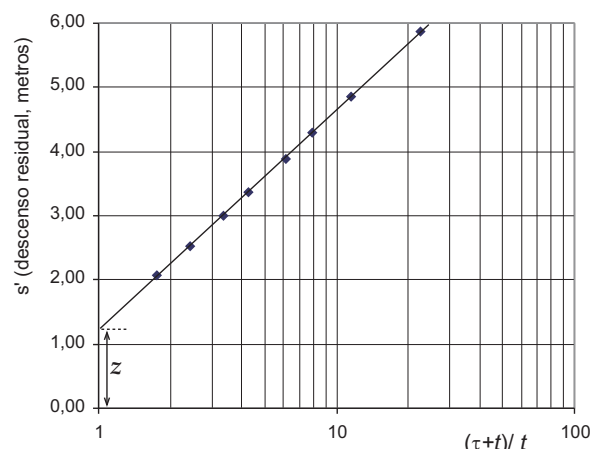


Fig. 7.- Recuperación incompleta

⁵ En la figura se representa un acuífero confinado. El razonamiento sería idéntico para un acuífero libre, y las superficies ①, ② y ③ serían posiciones de la superficie freática.

Acuíferos limitados: Teoría de las Imágenes

Cuando el acuífero termina lateralmente mediante un plano que pueda asimilarse más o menos a un plano vertical y rectilíneo, puede aplicarse la *Teoría de las Imágenes*, también basada en el Principio de Superposición.

El plano límite puede ser de dos tipos: **borde negativo** (barrera impermeable) o **borde positivo** (un lago o río, cuyo nivel no se ve afectado por el bombeo).

Analicemos primero el caso de un **borde negativo** o impermeable. Si una situación de este tipo se produce en la realidad, el cono nunca es simétrico, sino que baja más por el lado del borde impermeable, ya que por ese lado le llega menos agua.

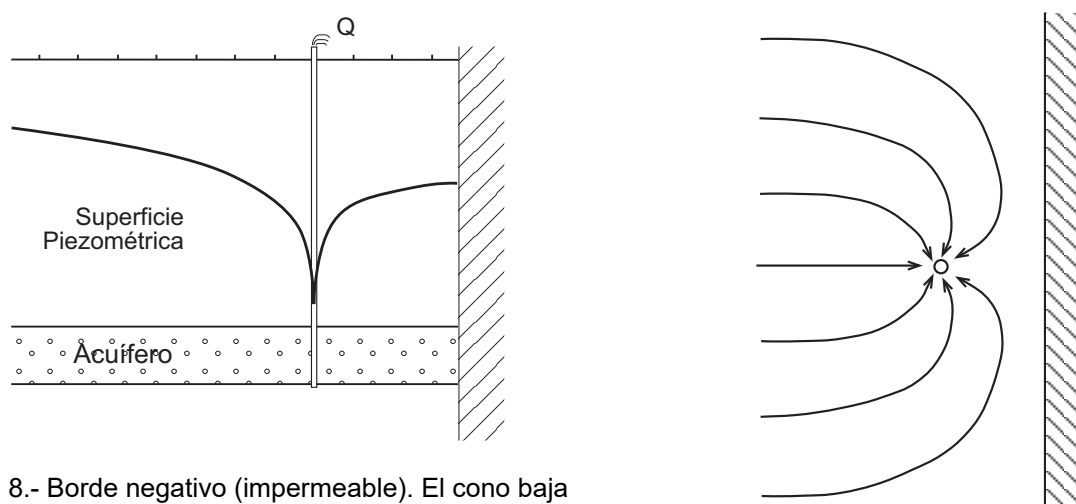


Figura 8.- Borde negativo (impermeable). El cono baja más por el lado del borde.

A la derecha, flujo hacia la captación, en planta:

La Teoría de las Imágenes en este caso podría enunciarse así: *Los descensos generados por un sondeo en un acuífero limitado por un borde negativo son los que se producirían si el acuífero fuera ilimitado, pero que existiera otro sondeo idéntico al que bombea reflejado por el borde negativo que actúa como un plano de simetría.*

En la figura 9 observamos cómo podemos generar el cono observado en la realidad mediante la superposición de dos conos idénticos: el del pozo real y el del pozo imagen, si no existiera la barrera.

Este pozo imagen suponemos que es un reflejo exacto del real: comienza a bombear en el mismo instante y el mismo caudal que el pozo real (y, por supuesto, que bombea en el mismo acuífero, que hemos supuesto indefinido). El cono de la mitad izquierda de la figura 9 es idéntico al mostrado en la figura 8.

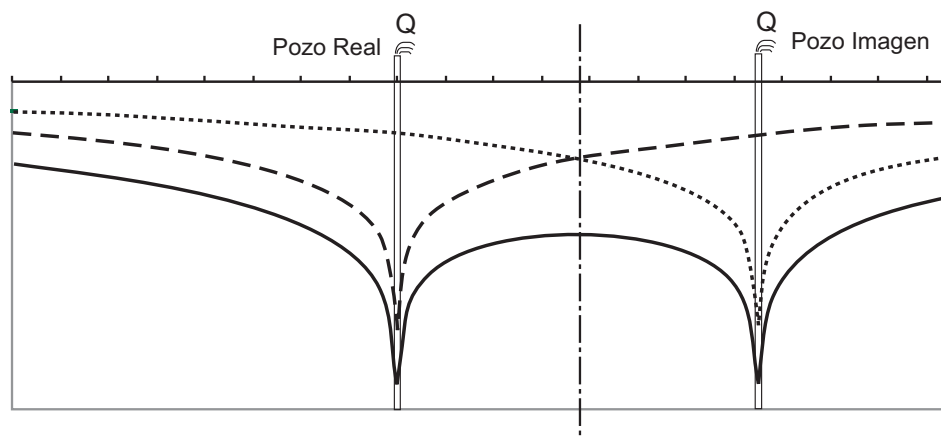


Fig. 9.- La suma de los descensos generados por el pozo real y el pozo imagen (si el acuífero fuera indefinido) produce el mismo efecto que el borde impermeable en la realidad.

En el caso real de un **borde positivo** el cono llegará a estabilizarse cuando todo el caudal extraído sea tomado por el acuífero del río o lago, quedando un cono asimétrico, como se aprecia en la figura.

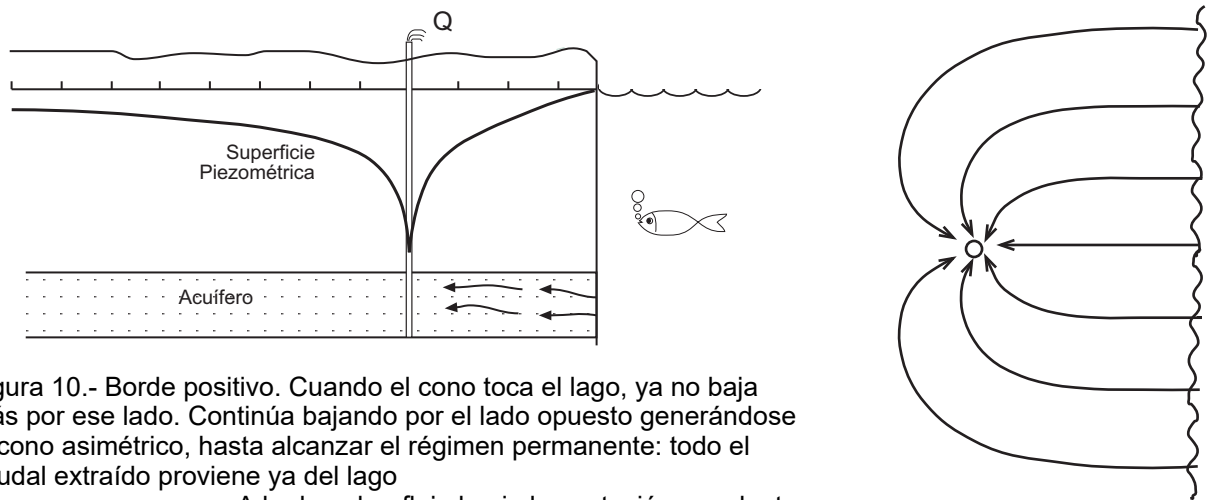


Figura 10.- Borde positivo. Cuando el cono toca el lago, ya no baja más por ese lado. Continúa bajando por el lado opuesto generándose el cono asimétrico, hasta alcanzar el régimen permanente: todo el caudal extraído proviene ya del lago
A la derecha, flujo hacia la captación, en planta:

De nuevo podemos generar este resultado mediante la Teoría de las Imágenes: suponemos que el borde positivo no existe (el acuífero es ilimitado) y que al otro lado (de nuevo el borde actúa como un espejo) hay otro sondeo idéntico al real, pero que inyecta un caudal idéntico al que se bombea en el pozo real.

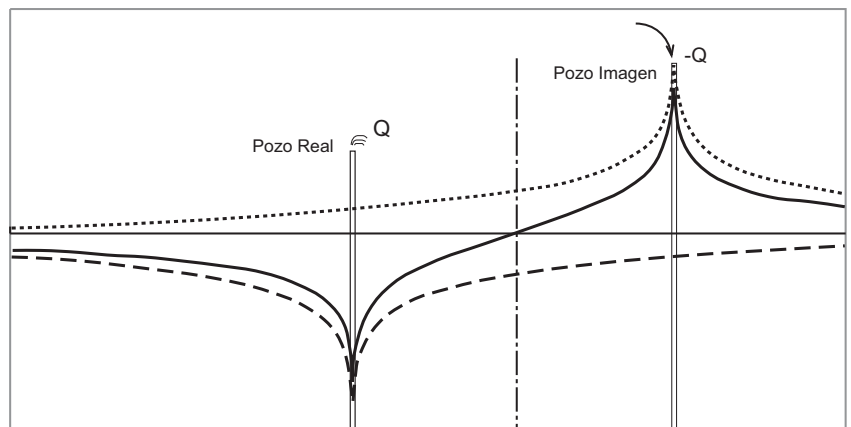


Fig. 11.- El pozo imagen produce el mismo efecto que el borde positivo

El pozo imagen generaría un cono de ascensos idéntico al cono generado por el pozo real (si el acuífero fuera ilimitado) pero invertido, sería la línea de puntos de la figura 11. Cuando aplicamos el principio de superposición, ambos conos se anulan justo en el plano de simetría, coincidiendo con la realidad: la mitad izquierda de la figura 11 coincide con la figura 10, el cono real al tocar el lago ya no baja más.

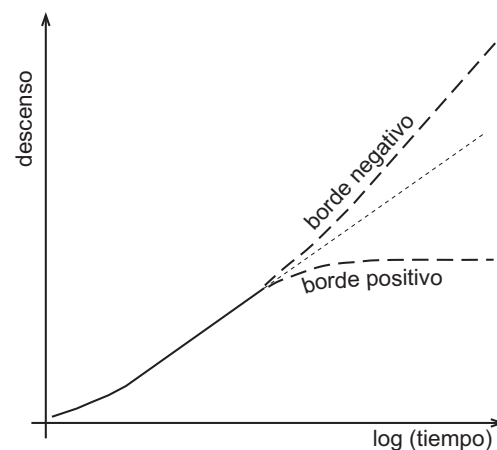
El gráfico descensos en función del tiempo resultaría como se indica en la figura 12.

Figura 12.-

Los descensos se comportan como si el acuífero fuera indefinido hasta que el cono alcanza el borde, es el tramo continuo (recta de Jacob).

Cuando el cono toca el borde, si es negativo, aumenta la pendiente de la recta, como si la transmisividad del acuífero hubiera disminuido.

Si el borde es positivo, la línea llega a hacerse horizontal (régimen permanente)



Cálculo del descenso en un punto cualquiera (borde positivo o negativo): Como el pozo imagen no aparece en los mapas (!), si queremos aplicar esta teoría para conocer el descenso en un punto A cualquiera los pasos serán los siguientes :

- 1º. Asimilar el borde real , que siempre es irregular, a una recta
- 2º. Dibujar la perpendicular y el pozo imagen, simétrico de P, utilizando la recta trazada en el punto anterior como plano de simetría.
- 3º. Medir, aplicando la escala del mapa, las distancias desde A hasta los pozos real (P) e imagen (P') : r y r'
- 4º. Aplicar la fórmula correspondiente al tipo de acuífero para calcular el descenso producido en A por P (con la distancia r) y el producido en A por P' (con la distancia r'), y sumar los resultados de ambos cálculos. Si es un borde positivo, el descenso en A debido a P' será negativo: un ascenso.

Cálculo del descenso estabilizado con un borde positivo (acuífero confinado, simplificación de Jacob): En el caso de un borde positivo, se alcanzará el régimen permanente cuando toda el agua extraída por el pozo provenga del lago. Para **acuífero confinado**, podemos obtener la fórmula que nos proporcionará el descenso estabilizado. Utilizamos la figura 13, suponiendo que el borde representado en ella es positivo:

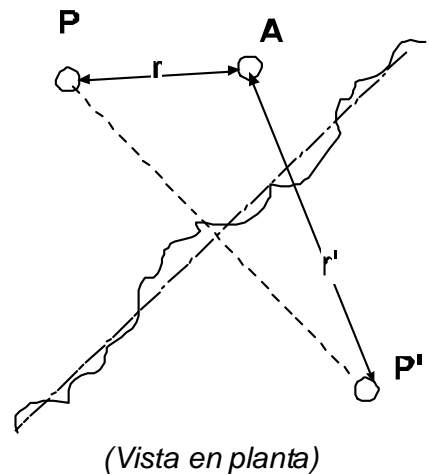


Fig. 13.- Cálculo de descensos sustituyendo el borde positivo por un pozo imagen

Descenso en A producido por P:

$$s_p = 0,183 \frac{Q_p}{T} \log \frac{2,25.T.t}{r^2.S}$$

Descenso en A producido por P':

$$s_{p'} = 0,183 \frac{Q_{p'}}{T} \log \frac{2,25.T.t}{r'^2.S} = -0,183 \frac{Q_p}{T} \log \frac{2,25.T.t}{r'^2.S}$$

Recordemos que el caudal de P' es el mismo que el de P, pero con diferente signo: $Q_{p'} = -Q_p$

Sumando los dos descensos se obtiene el descenso producido en A:

$$s_p + s_{p'} = 0,183 \frac{Q_p}{T} \left(\log \frac{2,25.T.t}{r^2.S} - \log \frac{2,25.T.t}{r'^2.S} \right) = 0,183 \frac{Q_p}{T} \log \frac{r'^2}{r^2} = 0,183 \frac{Q_p}{T} 2 \cdot \log \frac{r'}{r}$$

Hemos obtenido una fórmula de régimen permanente: no aparece el tiempo (t) ni el coeficiente de almacenamiento (S); nos proporciona el descenso estabilizado en función de la distancia al pozo real y al pozo imagen.

Cálculo del descenso con un borde negativo (acuífero confinado, simplificación de Jacob): En el caso de un borde negativo, el cálculo es similar, sumar los efectos producidos por el pozo real y el pozo imagen (figura 14).

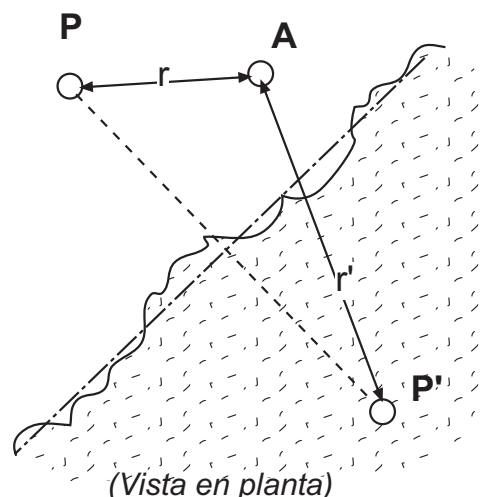


Fig. 14.- Cálculo de descensos sustituyendo el borde negativo por un pozo imagen

Descenso en A producido por P: $s_p = 0,183 \frac{Q_p}{T} \log \frac{2,25.T.t}{r^2.S}$

Descenso en A producido por P': $s_{p'} = 0,183 \frac{Q_{p'}}{T} \log \frac{2,25.T.t}{r'^2.S}$

El descenso generado en A será la suma de los dos descensos, producidos por P y por P':

$$s_p + s_{p'} = 0,183 \frac{Q_p}{T} \left(\log \frac{2,25.T.t}{r^2.S} + \log \frac{2,25.T.t}{r'^2.S} \right) = 0,183 \frac{Q_p}{T} \cdot \log \left(\frac{2,25.T.t}{r^2.S} \cdot \frac{2,25.T.t}{r'^2.S} \right)$$

$$= 0,183 \frac{Q_p}{T} \cdot 2 \log \left(\frac{2,25.T.t}{r r'.S} \right)$$

Se obtiene una fórmula casi idéntica a la original de Jacob, con dos diferencias: en el denominador, en lugar de r^2 aparece $r \cdot r'$, y además aparece un factor 2: eso indica que el descenso producido será del orden del doble que si el acuífero fuera infinito. Eso tiene lógica ya que al pozo P no le llega agua por uno de sus lados (el borde impermeable).

El descenso sería exactamente el doble que en acuífero infinito si el punto de observación considerado (A en la figura 14) estuviera justamente en el borde negativo, a la misma distancia de P que de P' (ya que en la fórmula se cumpliría que $r \cdot r' = r^2$).

Infinitas imágenes

Si enfrentamos dos espejos y colocamos un objeto entre ellos, la imagen reflejada se refleja a su vez, observándose una serie infinita de imágenes reflejadas. Eso mismo es aplicable en este campo, siempre teniendo en cuenta que cuando el plano de simetría está constituido por un borde positivo, el pozo imagen tendrá un caudal de signo contrario (el reflejo de +Q será -Q y viceversa), mientras que cuando el plano de simetría es un borde negativo, el pozo imagen tiene un caudal del mismo signo.

En la figura 15 presentamos un borde positivo y un borde negativo solamente con las primeras y segundas imágenes reflejadas del pozo P (en esta figura, el mundo real es solamente el cuadrante inferior derecho):

- P = pozo real
- P'₁ = Pozo imagen de P reflejado en el borde positivo
- P'₂ = Pozo imagen de P reflejado en el borde negativo
- P''₁ = Pozo imagen de P'₁ reflejado en el borde negativo
- P''₂ = Pozo imagen de P'₂ reflejado en el borde positivo

Se puede continuar trazando imágenes de las imágenes... El cálculo del descenso en cualquier punto se haría sumando los efectos de todos esos pozos imágenes

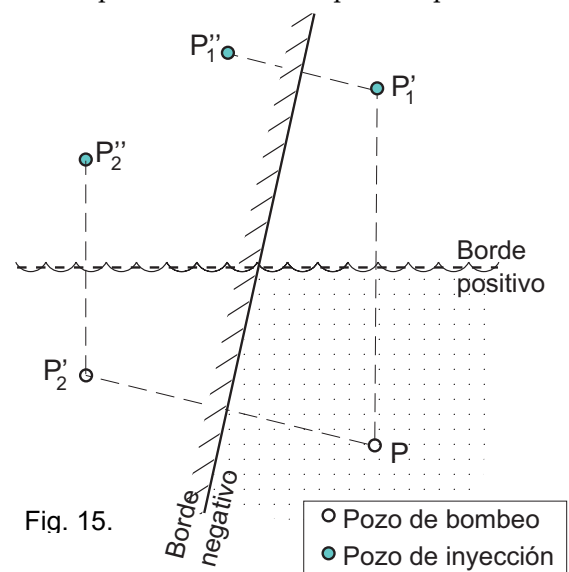


Fig. 15.

Bibliografía

- Custodio, E. (1983) .- *Hidráulica de captaciones de agua subterránea*. In: *Hidrología Subterránea*. (2 tomos), Custodio, E. y M. R. Llamas (Eds.) Omega, pp. 9.1-9-392.
- Ferris, J.C. (1962).- *Theory of aquifer tests*. Geological Survey Water Supply Paper 1536-E (En internet: <http://pubs.usgs.gov/wsp/wsp1536-E/html/pdf.html>)
- Hall, P. (1996) .- *Water Well and Aquifer Test Analysis*. Water Resources Pub., 412 pp. Capítulo 10.
- Schwartz, F. W. & H. Zhang (2003).- *Fundamentals of Groundwater*. Wiley, pp.298-307
- Villanueva, M. y A. Iglesias (1984) :Pozos y Acuíferos. Técnicas de Evaluación mediante ensayos de bombeo, IGME, pp.113-154 (http://www.igme.es/internet/sistemas_infor/PublicAgotadasPDF/pozos_acuiferos_2.pdf)