

# Hidráulica Subterránea: Principios Básicos

## Introducción

Intuitivamente, pensamos que el agua circula de los puntos donde está más alta hacia los puntos en los que está más baja, ya que así lo vemos en las aguas superficiales y muchas veces esta aproximación intuitiva se cumple en las aguas subterráneas (Figura 1a). Por el contrario, es frecuente que el agua subterránea circule hacia arriba, como en la figura 1b, o incluso verticalmente hacia arriba, como en la 1c.

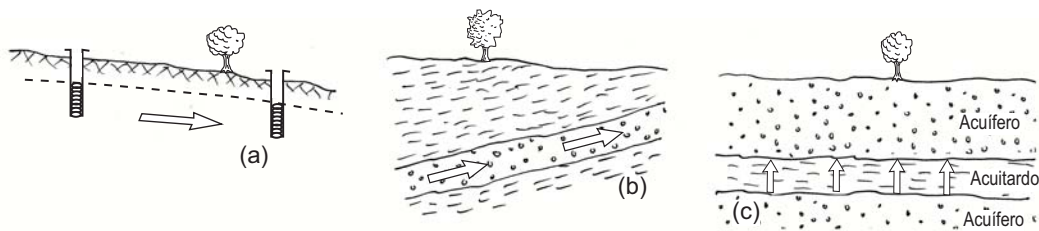


Figura 1.- El agua subterránea no siempre circula de los puntos más altos hacia los más bajos.

Si realizamos unas perforaciones abiertas en el acuífero de la figura 1b veremos que la columna de agua a la izquierda es más alta que a la derecha (Figura 2, izda.), y análogamente, si disponemos de dos sondeos (abiertos solamente en sus extremos) arriba y abajo del acuitardo de la figura 1c, observamos que en el acuífero inferior el nivel del agua es más alto que en el acuífero superior. En ambos casos, **el agua circula de los puntos en los que la columna de agua es más alta hacia aquellos en los que es más baja.**

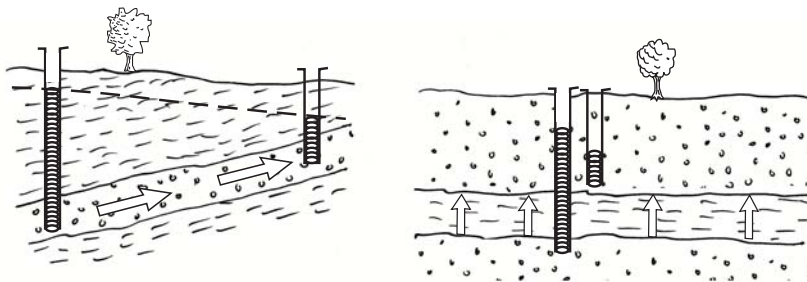


Figura 2.- El agua circula de los puntos en que la columna de agua es más alta hacia los que la columna es más baja

## Potencial Hidráulico

En realidad, el agua se mueve de los puntos en los que tiene más energía hacia aquellos en los que tiene menor energía.

En el apartado anterior hemos hablado de la altura de la columna de agua. Vamos a comprobar que esa columna de agua refleja la energía del agua en cada punto y que se denomina *potencial hidráulico*.

La energía mecánica total de una unidad de masa de agua será la suma de la energía potencial (debida a su posición en el espacio), la energía cinética (debida a su velocidad), la energía de presión (como la energía que almacena un muelle cuando está comprimido)<sup>1</sup>.

En el flujo del agua subterránea la velocidad es tan lenta que la energía cinética es despreciable frente a la energía potencial y la energía de la presión.

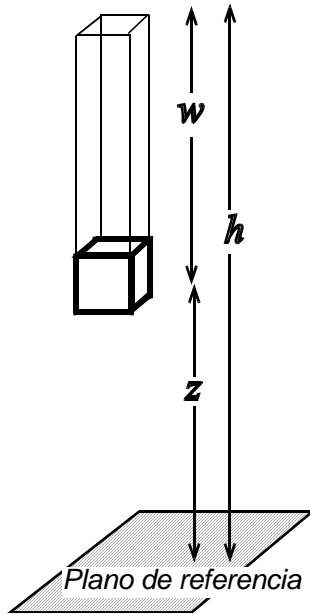


Figura 3

Consideremos un volumen unidad de agua de densidad  $\delta$  en un punto del espacio situado a una altura  $z$  respecto de un nivel de referencia (Figura 3). Sobre ese volumen existe una columna de agua de altura  $w$ .

$$\text{Energía potencial} = \text{masa} \cdot \text{gravedad} \cdot \text{altura} = \delta \cdot g \cdot z$$

(La masa de un volumen unidad es la densidad)

La presión que soporta ese volumen unitario sería el peso de la columna de agua dividido por la superficie.

$$\text{Peso} = \text{masa} \cdot g = \text{volumen} \cdot \delta \cdot g = \text{base} \cdot \text{altura} \cdot \delta \cdot g = 1 \cdot w \cdot \delta \cdot g$$

$$\text{Energía de presión} = \frac{\text{Peso}}{\text{Superficie}} = \frac{w \cdot \delta \cdot g}{1}$$

$$\text{Energía total por unidad de volumen} = \delta \cdot g \cdot z + w \cdot \delta \cdot g$$

Dividiendo por la densidad ( $\delta$ ), quedaría la energía total por unidad de masa:

$$\text{Energía total por unidad de masa} = E \cdot \text{potencial} + E \cdot \text{presión} = g \cdot z + w \cdot g = (z + w) \cdot g = h \cdot g$$

$$\Phi = h \cdot g$$

La energía total por unidad de masa se denomina **potencial hidráulico**, y es igual a la altura de la columna de agua (respecto del nivel de referencia considerado) **multiplicada por la aceleración de la gravedad**.

Como  $g$  es prácticamente constante en una zona, la variación de  $h$  refleja exactamente la variación del potencial hidráulico  $\Phi$ .

Para una deducción más rigurosa del potencial hidráulico, ver Freeze y Cherry (1979, p.18).

Cuando la presión aparece como  $w \cdot \gamma_w$  ( $\gamma_w$  = peso específico del agua), por ejemplo en Geotecnia, se refiere a una unidad de volumen; el término  $w \cdot g$  que aparece en el *potencial hidráulico* se refiere a la unidad de masa.

## Régimen Permanente y Régimen Variable

Cuando un sistema de flujo no varía con el tiempo se dice que está en régimen **permanente**, estacionario o en equilibrio. Cuando el flujo varía con el tiempo, estamos en régimen no permanente o **variable**.

Por ejemplo, en los alrededores de un sondeo y en las primeras horas tras el comienzo del bombeo, el flujo varía constantemente: estamos en régimen variable. Puede ser que

<sup>1</sup> En sentido estricto, *energía potencial* es la que tiene un cuerpo en función de su posición o configuración, de modo que la que he denominado "potencial" es la *energía potencial gravitatoria*, y la última citada es la *energía potencial elástica*. En este sentido, también son "energía potencial" la energía química y la térmica. Aquí utilizamos el término *energía potencial* en su acepción más corriente: la debida a su posición..

transcurrido un tiempo se alcance el régimen permanente; esto se aprecia cuando los niveles en el pozo que bombea y en puntos próximos no bajan más aunque el bombeo continúe.

## Líneas de flujo y superficies equipotenciales

Una **línea de flujo** es la envolvente de los vectores velocidad en un instante determinado (Figura 4).

**Trayectorias** son los caminos seguidos por las partículas de agua en su recorrido. En régimen permanente las trayectorias coinciden con las líneas de flujo, en régimen variable pueden no coincidir.

Una **superficie equipotencial** es el lugar

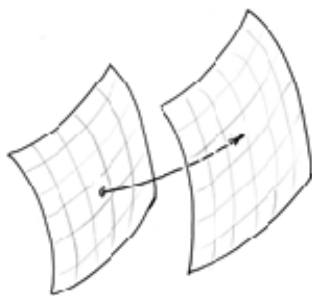


Figura 5.- Las superficies equipotenciales pueden presentar cualquier forma y disposición, y la dirección del flujo será perpendicular a estas superficies.

geométrico de los puntos del espacio que tienen un mismo potencial hidráulico. Por tanto, el flujo se producirá perpendicularmente a las superficies equipotenciales, buscando el máximo gradiente (Figura 5), igual que una pelota rueda por una ladera perpendicularmente a las curvas de nivel buscando la máxima pendiente.

Por supuesto que todo esto no son conceptos exclusivos de la Hidráulica Subterránea, sino que son análogos a otros campos de la Física: flujo eléctrico, térmico, etc. Por ejemplo, en el flujo eléctrico las superficies equipotenciales contienen los puntos con el mismo potencial eléctrico, y el flujo de electrones se produce perpendicularmente a las superficies equipotenciales.

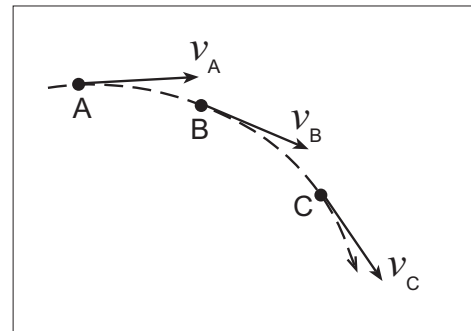


Fig. 4.- ABC es una línea de flujo

de

## Redes de flujo

En la Figura 6 vemos (a la izquierda) las superficies equipotenciales que podrían existir debajo de una ladera, suponiendo que la distribución de la permeabilidad en el subsuelo fuera isótropa y homogénea.

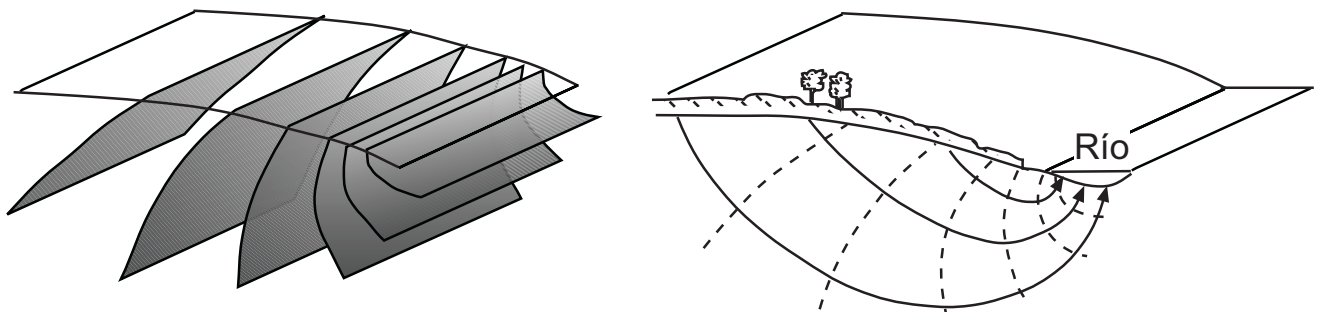


Figura 6.- Superficies equipotenciales bajo una ladera y el correspondiente perfil con red de flujo

Este tipo de representaciones en tres dimensiones pueden ser didácticas pero imposibles de manejar en casos reales. Se hace necesario utilizar representaciones en dos dimensiones: redes de flujo, frecuentemente en perfiles verticales y mapas de isopiezas.

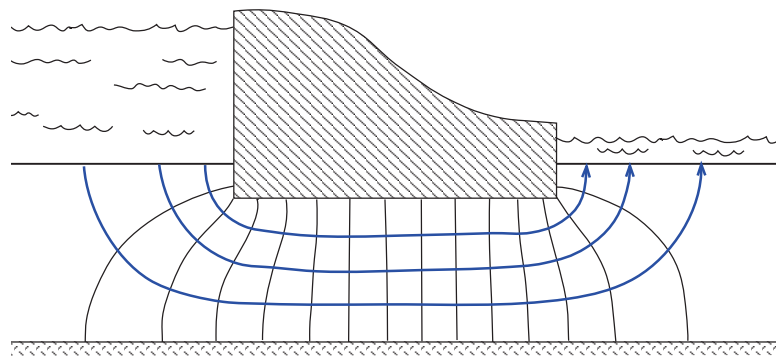
Una red de flujo (figura 6, derecha) es una representación esquemática del flujo en un plano mediante líneas de flujo y líneas equipotenciales. Las **líneas equipotenciales** son la traza de las **superficies equipotenciales** al ser cortadas por el plano en que se dibuja la red de flujo. El flujo siempre es tridimensional, así que las redes de flujo constituyen una simplificación bidimensional de la realidad.

El trazado de una red de flujo debe cumplir estas condiciones:

- (*Necesario*) Ambas familias de líneas tienen que cortarse perpendicularmente.
- (*Conveniente*) Los espacios resultantes deben ser “cuadrados” (aunque sean trapecios curvilíneos o incluso triángulos, han de ser proporcionados para que se aproximen lo más posible a cuadrados; un círculo inscrito debería ser tangente a los cuatro lados).

Aunque existen programas de ordenador que dibujan las redes de flujo automáticamente, el trazado a mano sin más herramientas que lápiz y goma (y mucha paciencia) aporta una buena comprensión del flujo.

También es frecuente utilizar las redes de flujo para representar el flujo en un entorno artificial, en escenarios relacionados con obras, por ejemplo el flujo bajo una presa:



En este ejemplo observamos que los límites impermeables se comportan como líneas de flujo y las líneas de comienzo y final del flujo (el fondo del agua superficial a ambos lados de la presa) son líneas equipotenciales.

En ocasiones, como en este ejemplo de la presa, una red de flujo permite calcular cuantitativamente el caudal circulante, simplemente aplicando la Ley de Darcy <sup>2</sup>.

## Flujo regional

El flujo natural del agua subterránea en una región también se esquematiza mediante redes de flujo. En la figura 8 esquematizamos el flujo subterráneo suponiendo el subsuelo homogéneo e isótropo. La forma de la superficie freática es la que gobierna toda la red.

Si la geología es compleja, nuestra representación será solamente una simplificación de la realidad. En el apartado siguiente veremos como afectan al flujo los cambios de conductividad hidráulica.

En esta figura observamos algunos aspectos fundamentales:

**Áreas de recarga y de descarga:** Las áreas de recarga son aquellas en que el flujo subterráneo presenta una componente vertical descendente, y las áreas de descarga, ascendente. Aunque en este esquema tienen escasa entidad, también existen áreas intermedias en las que el flujo es prácticamente horizontal.

<sup>2</sup> Práctica P123

**Flujos locales y regionales.** La diferenciación es relativa, depende de la escala que consideremos. Los flujos locales normalmente están asociados a valles de menor entidad y los flujos regionales a los valles principales de una región.

En la misma vertical dos sondeos pueden encontrar aguas de calidad química muy distinta, como en los puntos marcados como **A** y **B** en la figura. El agua en **B** procede de un flujo regional (mayor recorrido, tiempo de permanencia mucho mayor), por lo que será más salina y su composición química puede ser muy diferente.

**Puntos de estancamiento:** Zonas de la red de flujo que no están sometidas a ningún gradiente, por lo que el agua no se moverá, como el marcado en la figura con **E**.

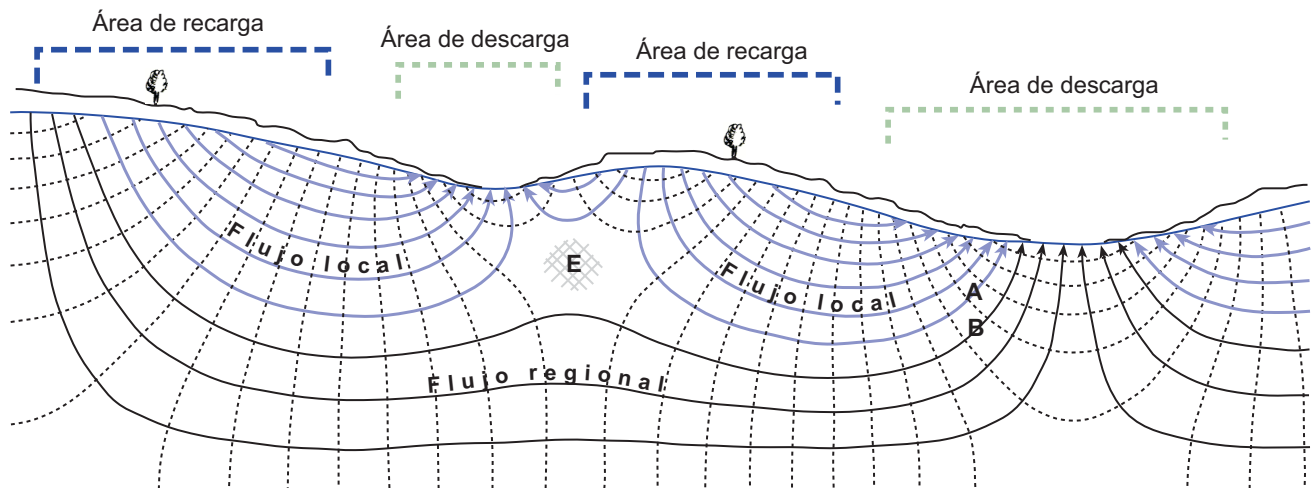
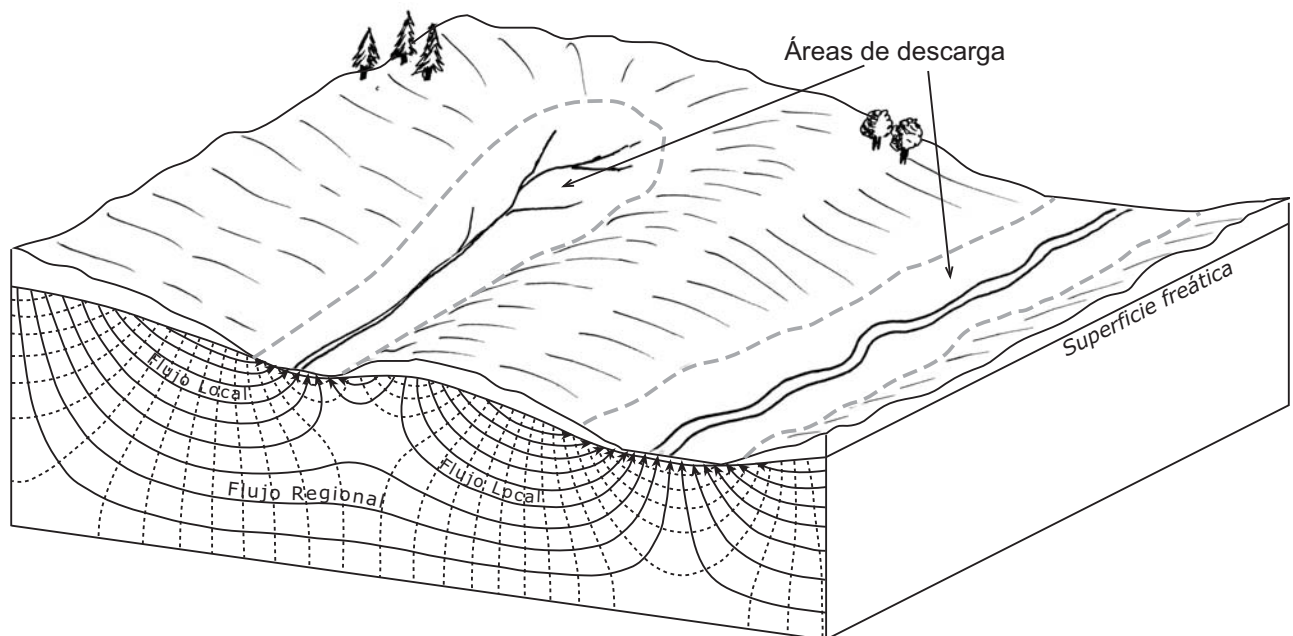


Figura 8. Red de flujo que esquematiza el flujo subterráneo natural en una región de conductividad hidráulica homogénea

No olvidamos que una sección vertical pertenece a una realidad tridimensional. La red de flujo de la figura anterior podría corresponder a este entorno:



Como indicábamos, el cauce menor genera un área de descarga con el correspondiente flujo local, mientras que el cauce principal recibe flujos locales y regionales. Puede observarse que la divisoria subterránea entre ambos cauces no coincide con la divisoria topográfica, ni tampoco con el punto más alto de la superficie freática.

## Flujo descendente y ascendente en áreas de recarga y descarga

Volvamos a considerar una red similar al caso presentado en la Figura 6 o una de las laderas de la figura 8. En la figura 10 se representan tres sondeos abiertos en la misma equipotencial. El punto C representa un pozo abierto en la misma superficie freática y nos sirve de referencia para marcar la altura del agua en los sondeos abiertos en sus extremos A y B: en ellos el agua sube hasta la altura de C, ya que los tres puntos tienen el mismo potencial hidráulico.

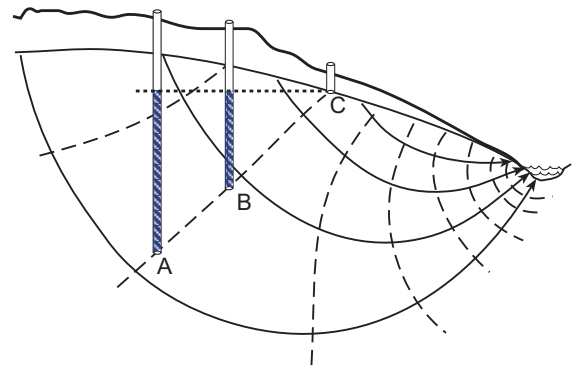


Figura 10.- Sondeos abiertos en la misma línea equipotencial tienen el mismo nivel

Supongamos ahora dos piezómetros abiertos en dos puntos en la misma vertical, pero en líneas equipotenciales distintas (figura 11). El nivel del tubo A sube más arriba que el nivel de B: A está abierto en una superficie de mayor potencial que el tubo B. La altura a la que subiría en cada uno de ellos puede deducirse gráficamente (ver líneas de puntos) como hicimos en la figura 10.

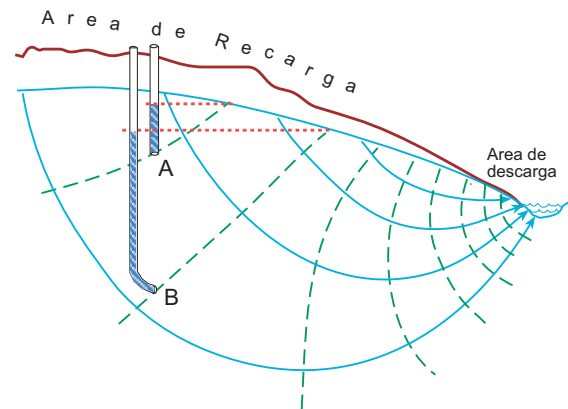


Figura 11.- Sondeos abiertos en dos puntos situados en la misma vertical pero en equipotenciales distintas

Finalmente, consideramos tres parejas de sondeos muy próximos abiertos respectivamente en un área de recarga, en un área de descarga y en una zona intermedia. En cada pareja, uno es más profundo que el otro, pero ambos están muy próximos, casi en la misma vertical (figura 12).

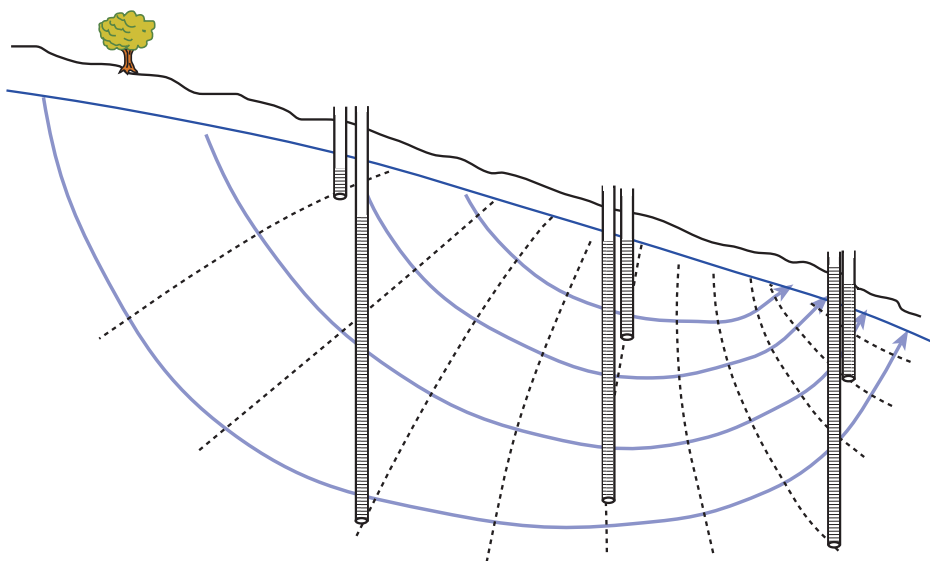


Figura 12.- La comparación de los niveles de dos sondeos próximos nos indica si estamos en área de recarga, descarga o intermedia

En la pareja de sondeos a la izquierda apreciamos que el nivel es más alto en el pozo poco profundo, ya que está abierto en una equipotencial de mayor energía. (Los dos piezómetros de la Figura 11 serían un caso equivalente a éste)

En pareja de sondeos de la derecha sucede lo contrario: el pozo menos profundo presenta un nivel más bajo que el profundo, debido a que este pozo más somero está abierto en una equipotencial de menor energía.

Finalmente, en la pareja del centro, los niveles del pozo somero y en el profundo son similares, ya que están abiertos en la misma equipotencial (flujo horizontal equivale a equipotenciales verticales).

En la figura 12, a la vista de la red de flujo deducimos la altura del agua en cada pareja de sondeos. Pero en un caso real, lo normal es que no dispongamos del esquema de la red de flujo que existe bajo nuestros pies. Para saber si nos encontramos en una zona de recarga (flujo con componente vertical descendente), de descarga (flujo ascendente) o bien si el flujo subterráneo es horizontal, hay que medir el nivel en dos sondeos próximos abiertos a diferente profundidad (Figura 13).

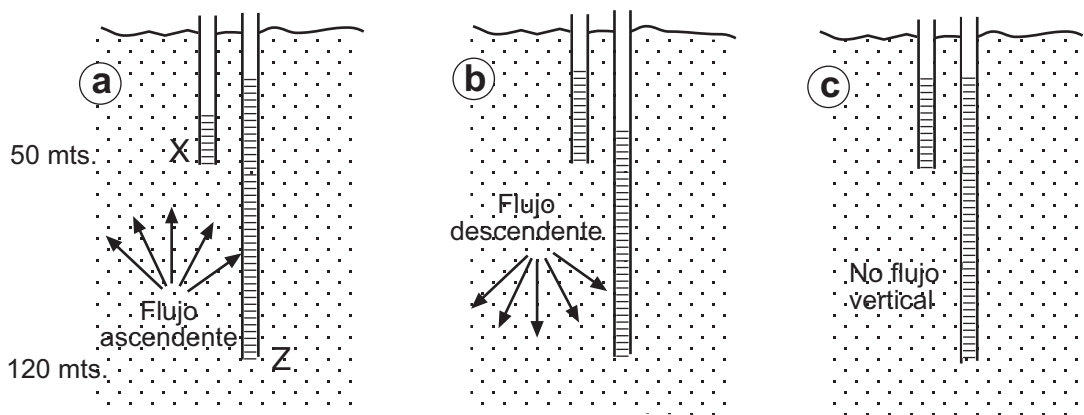


Figura 13.- Observación de la componente vertical del flujo mediante dos sondeos próximos

En la figura 13-a apreciamos que el potencial hidráulico en Z es mayor que en X, por lo que el flujo será ascendente, en alguna de las direcciones indicadas en las flechas.

En la figura 13-b sucede lo contrario: el pozo menos profundo tiene más potencial que el profundo, el flujo tendrá una componente vertical descendente. (Los dos piezómetros de la Figura 11 serían un caso equivalente a éste).

Finalmente, en la figura 13-c, no existiría flujo vertical, ya que los potenciales en el pozo somero y en el profundo son similares.

Estas parejas de piezómetros nos indican la componente **vertical** del flujo. Para conocer la componente **horizontal** lógicamente hay que comparar varios niveles en sondeos de profundidad similar y distantes. Esto lo haremos con los mapas de isopiezas.

## Medios heterogéneos

Cuando el medio no es homogéneo, el flujo cambia de dirección al pasar de un medio a otro de distinta permeabilidad, siguiendo un comportamiento similar a la refracción de la luz u otras ondas: se aleja de la normal si pasa a un medio de mayor permeabilidad, y viceversa<sup>3</sup> (fig. 14).

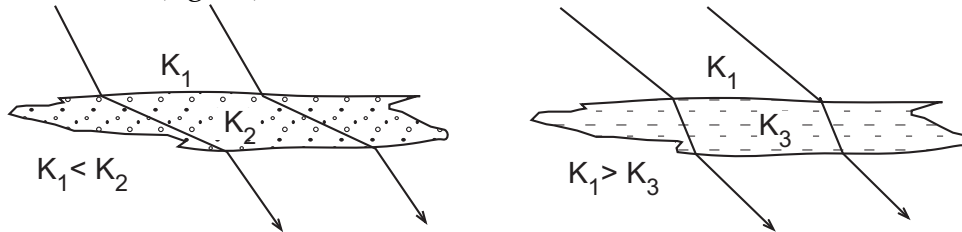
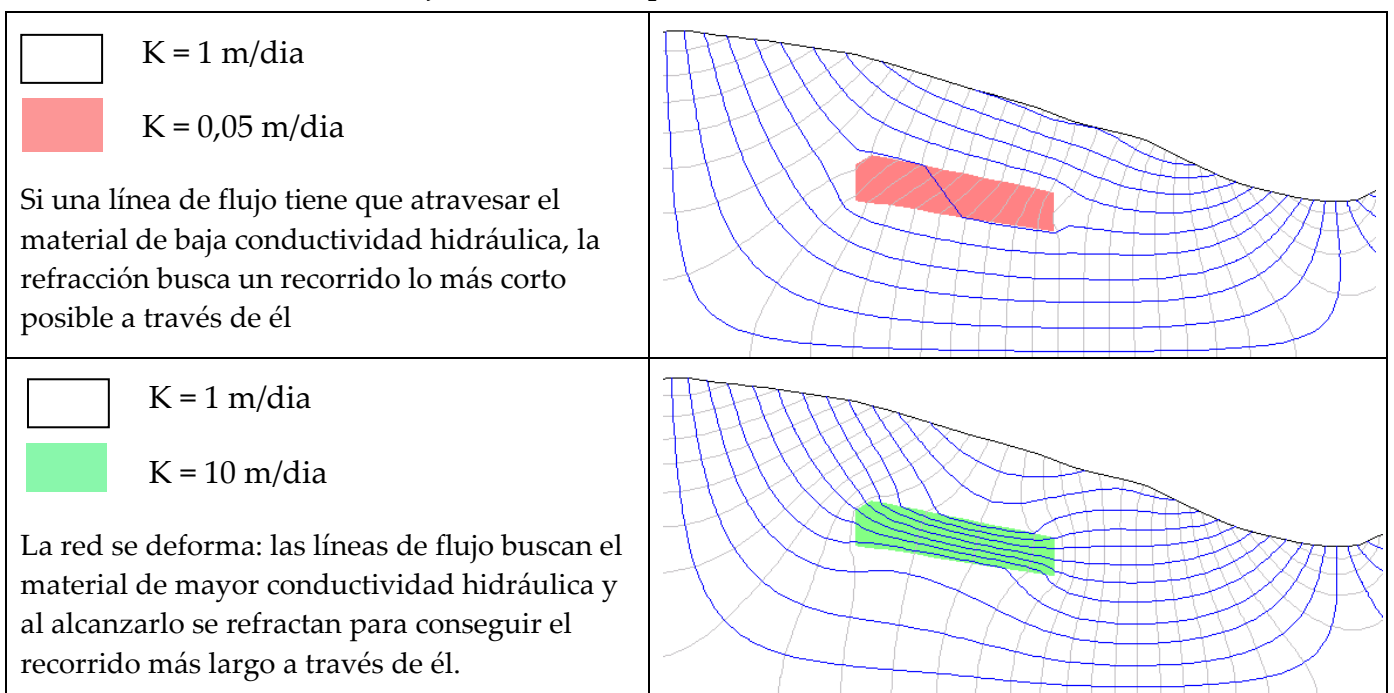


Fig. 14. Refracción de las líneas de flujo al pasar de un medio a otro de diferente conductividad hidráulica

El trazado de redes de flujo con distintas permeabilidades debe hacerse con ordenador<sup>4</sup> :



<sup>3</sup> En la refracción de ondas la relación es con los *senos* de los ángulos. En este caso es con las *tangentes*:  $\text{tg}(\text{ángulo incidencia}) / \text{tg}(\text{ángulo refracción}) = K_1 / K_2$

<sup>4</sup> Estas redes de flujo han sido realizadas con **Topodrive**. (Ver sección *Complementos*)



## Flujo horizontal : Mapas de isopiezas

Un mapa de isopiezas refleja la forma de la superficie freática o de la superficie piezométrica, según se trate de un acuífero libre o confinado, igual que un mapa topográfico refleja la forma de la superficie del terreno.

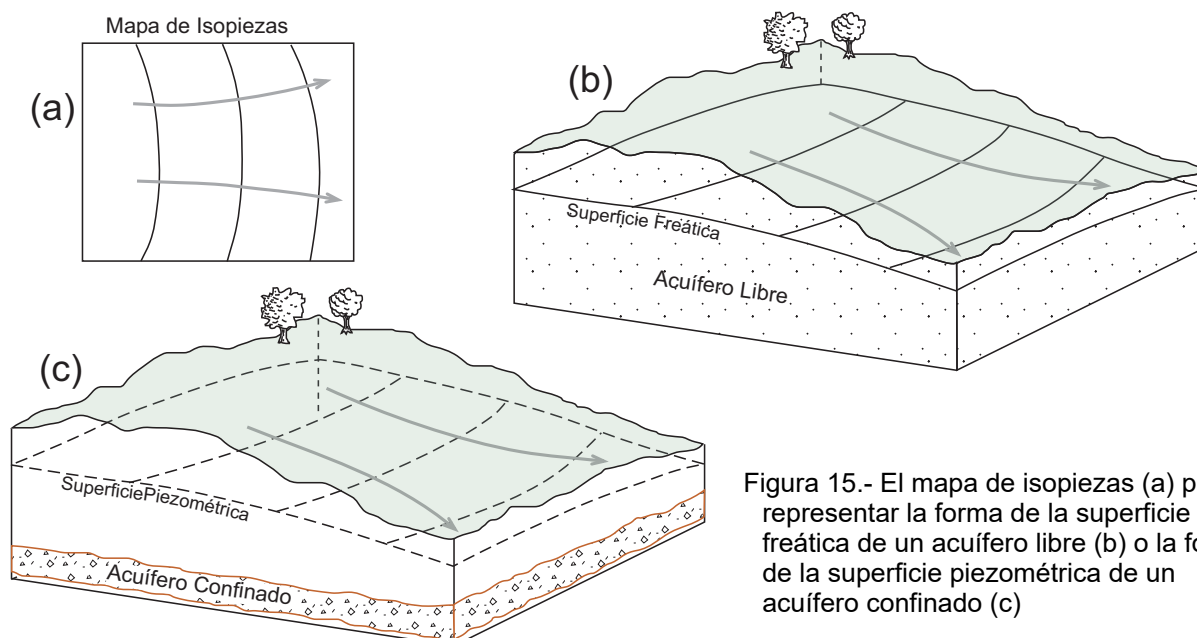


Figura 15.- El mapa de isopiezas (a) puede representar la forma de la superficie freática de un acuífero libre (b) o la forma de la superficie piezométrica de un acuífero confinado (c)

Como ya sabemos, la superficie freática es una superficie real, que constituye el límite superior de la parte saturada del acuífero libre (fig. 15 b), mientras que en el acuífero confinado o semiconfinado (fig. 15 c), la superficie piezométrica es una superficie virtual, definida por la altura a la que llegaría la columna de agua si existiera un piezómetro en cada punto.

En el acuífero libre, las líneas isopiezas son las intersecciones de las superficies equipotenciales con la superficie freática (fig. 16, izda.), mientras que en el confinado las superficies equipotenciales están, lógicamente, **dentro** del acuífero, mientras que la superficie piezométrica con sus curvas isopiezas se encuentra varios metros por encima (fig. 16, dcha.).

En ambos casos de este ejemplo esquemático se generan idénticos mapas de isopiezas. El mapa es la representación del flujo tridimensional sobre un plano horizontal. En el acuífero confinado, las superficies equipotenciales son verticales, por lo que el flujo es horizontal; la representación de la realidad tridimensional sobre dos dimensiones (el mapa de isopiezas) **no** implica pérdida de información acerca del flujo en el acuífero.

En cambio, en el acuífero libre de este ejemplo, a la izquierda, las superficies equipotenciales no son verticales, por lo que el flujo no es horizontal. **El mapa de isopiezas refleja solamente una parte de la información: la componente horizontal del flujo.** Sería necesario complementarlo con una red de flujo en un corte vertical.

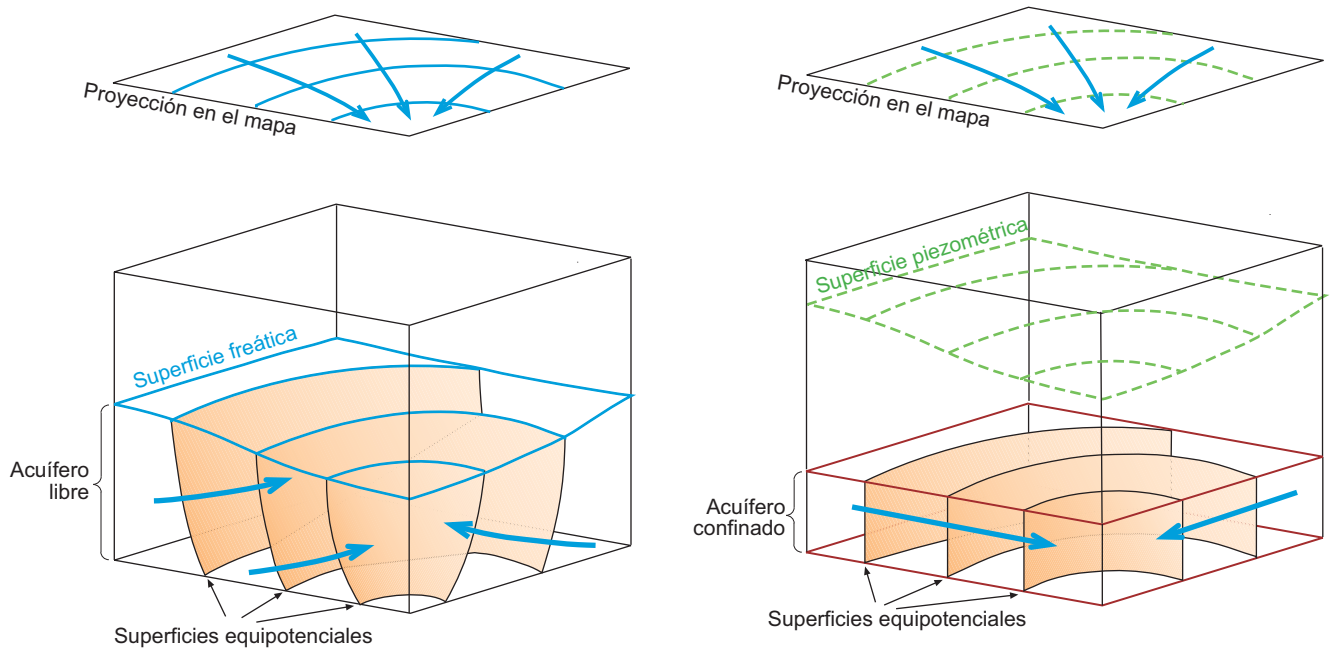


Figura 16.- Superficies equipotenciales en un **acuífero libre** con componente vertical de flujo y en un **acuífero confinado** con flujo horizontal

Si existe un río efluente (ganador) o influente (perdedor), las curvas isopiezas deberían adaptarse como se indica en la figura 17.

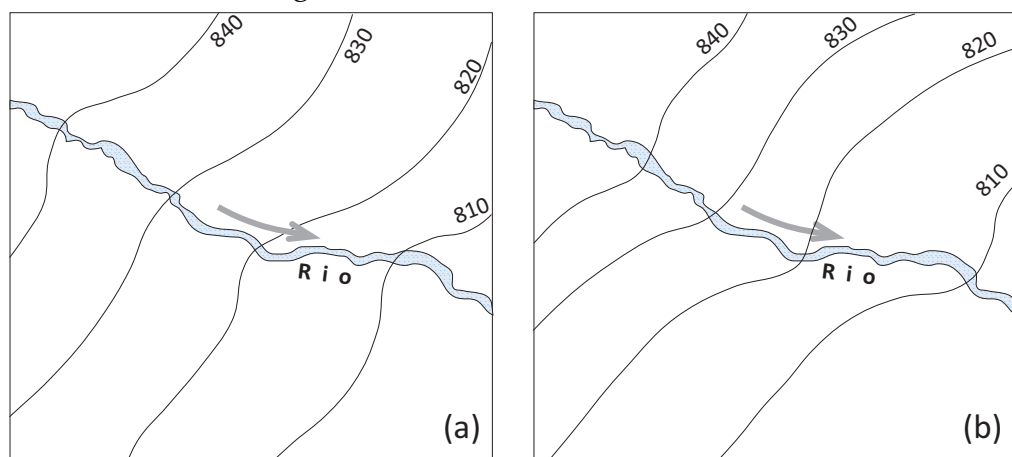


Figura 17- La superficie piezométrica de un acuífero superficial tendrá forma de valle bajo un **río ganador** (figura a) y adquirirá forma elevada al recibir recarga de un **río perdedor** (figura b)

Las fases para la realización de un mapa de isopiezas serían:

- Medida del nivel piezométrico en diversos puntos (los más posibles). Hay que obtener la cota del nivel del agua, que es igual a la cota del terreno menos la profundidad del agua. Esta última se mide con un **hidronivel**, con precisión de 1 cm. La cota del terreno con mapas o altímetros, que generalmente tendrán un error mínimo de 1 metro. En estudios de detalle, un topógrafo marca la cota del terreno en cada pozo con precisión de milímetros.
- Situación sobre el mapa de todas las medidas y trazado de las isopiezas con una equidistancia determinada (la equidistancia entre isopiezas se elegirá dependiendo de la escala del mapa, la cantidad de datos disponibles y la variabilidad de éstos).

- Dibujo de las líneas de flujo perpendiculares a las líneas isopiezométricas. En un mapa de isopiezas a veces no se dibujan líneas de flujo. Lo habitual es trazar algunas para indicar las direcciones del flujo, pero no tantas para que formen una malla de cuadrados.

### Precauciones:

- Todos los pozos o piezómetros deben estar abiertos en el mismo acuífero
- Si se trata de un acuífero con una componente vertical apreciable (figura 15, izquierda), las medidas deberían ser próximas a la superficie freática, o al menos de profundidades similares, si el acuífero es de gran espesor, ya que el potencial hidráulico (y por tanto el nivel del agua) varía a lo largo de una misma vertical.
- Las medidas deben tomarse en un lapso de tiempo breve, para que las variaciones temporales de los niveles no afecten a la distribución espacial de los mismos.

## Expresión analítica de la superficie freática, cálculo del caudal

Una superficie freática real (por ejemplo, figura 14-b) no responde a una ecuación, pero en unas condiciones idealmente simplificadas sí podemos hallarla, lo que puede resultar aplicable en situaciones reales.

Consideremos un bloque de material poroso, isótropo y homogéneo, representado en la figura 18. Vamos a considerar una lámina de 1 m de espesor, según se indica en la figura.

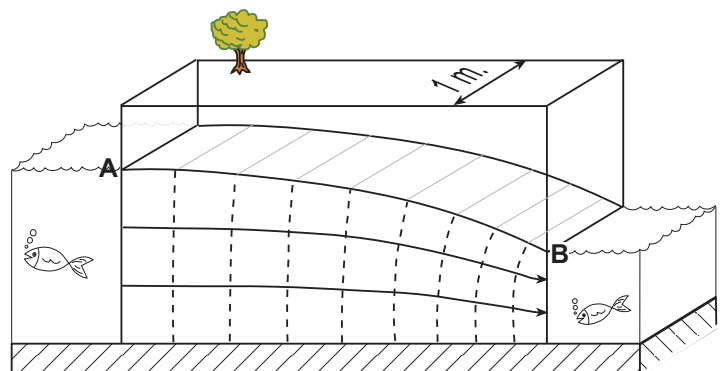


Figura 18.- Flujo entre dos masas de agua de nivel constante (AB: superficie freática)

La pendiente de la superficie freática (AB) se va incrementando hacia la derecha debido a la ley de Darcy. Efectivamente, si suponemos un régimen permanente, el mismo caudal que entra por la izquierda sale por la derecha. De los tres factores de la ley de Darcy ( $Q = K \cdot \text{sección} \cdot \text{gradiente}$ )  $K$  es constante, y como la *sección* va disminuyendo de izquierda a derecha, el *gradiente* debe ir aumentando en la misma proporción para que el producto sea constante.

Inicialmente hemos de hacer la simplificación de que el flujo es horizontal<sup>5</sup> (Fig. 19). A la escala de este dibujo conllevaría un error notable, pero a escala real generalmente es despreciable (por ej.: distancia AB horizontal= 500 m., diferencia en vertical= 20 m.).

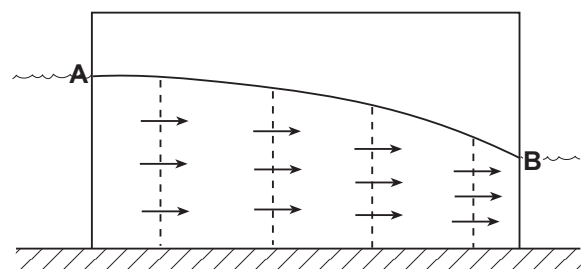


Figura 19.- Asunción de Dupuit: Consideramos el flujo horizontal

El caudal que atraviesa la sección vertical

<sup>5</sup> Se conocen como "asunciones (o supuestos) de Dupuit" (Dupuit, 1863, en Davis, y de Wiest, 1966 o en Hiscock, 2005).

indicada en la figura 20, según la ley de Darcy será:

$$Q = [\text{sección}] \cdot K \cdot \text{gradiente}$$

$$Q = -[h \cdot 1] \cdot K \cdot \frac{dh}{dx} \quad (1)$$

$$Q \cdot dx = -h \cdot K \cdot dh \quad (2)$$

Integrando, resulta:

$$Q \cdot x = -K \cdot \frac{h^2}{2} + C \quad (3)$$

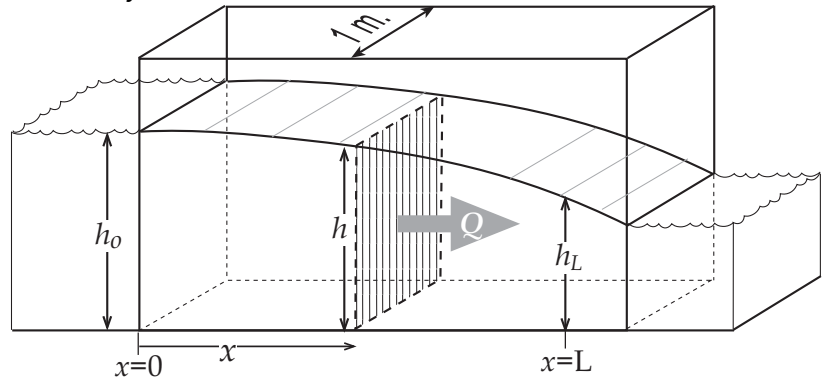


Figura 20.- Cálculo del caudal

C es la constante de integración,

y podemos obtener su valor aplicando

unos valores concretos en (3):  $x = 0$  y  $h = h_0$  (ver en fig. 18), resultando:

$$0 = -K \cdot \frac{h_0^2}{2} + C \quad ; \quad C = K \cdot \frac{h_0^2}{2} \quad (4)$$

Introduciendo este valor de C en la ecuación (3) resulta:

$$Q \cdot x = -K \cdot \frac{h^2}{2} + K \cdot \frac{h_0^2}{2} = \frac{K}{2} (h_0^2 - h^2) \quad (5)$$

Finalmente, despejando el caudal:

$$Q = \frac{K}{2x} (h_0^2 - h^2) \quad (6)$$

### Cálculo del caudal

Para calcular el caudal basta aplicar en (6) una altura conocida  $h$  a cualquier distancia  $x$ ; por ejemplo, en la figura 20 conocemos la pareja de valores:  $x = L$  ;  $h = h_L$  :

$$Q = \frac{K}{2L} (h_0^2 - h_L^2) \quad (7)$$

**Ejemplo:** En un caso como el indicado en las figuras 18 y 20 queremos calcular el caudal circulante por metro de espesor (perpendicular al dibujo).  $K = 4,7$  m/día,  $h_0 = 14$  metros,  $h_L = 9$  metros;  $L = 350$  metros.

Solución: Aplicando la fórmula (7) obtenemos el caudal por metro:

$$Q = \frac{4,7}{2 \cdot 350} (14^2 - 9^2) = 0,77 \text{ m}^3/\text{día}$$

[Todas las alturas  $h$  están medidas desde la base del acuífero (espesores saturados)]

### Cálculo de la altura del agua, trazado de la superficie freática

Para calcular la altura del agua ( $h$ ) existente a una distancia  $x$ , igualamos las dos expresiones de  $Q$  (6) y (7), y despejamos  $h$  (ver la figura 20):

$$h = \sqrt{h_0^2 - \frac{(h_0^2 - h_L^2)}{L} x} \quad (8)$$

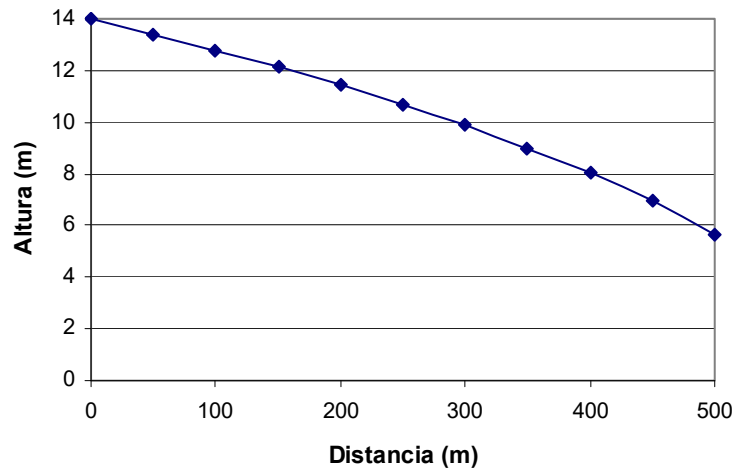
**Ejemplo:** Calcular con los datos del ejemplo anterior la forma de la superficie freática.

Solución: Por ejemplo para  $x = 50$  metros, aplicando (8):

$$h = \sqrt{14^2 - \frac{(14^2 - 9^2)}{350} 50} = 13,4 \text{ metros}$$

Para dibujar la superficie freática, se ha calculado la fórmula (8) en Excel para valores sucesivos de  $x$ , y los resultados se representan en la figura adjunta:

### Superficie freática con recarga



Otro caso simplificado se presenta en la figura 22: el acuífero comprendido entre dos valles en los que el agua se encuentra a la misma altura. La superficie freática tiene la forma mostrada a causa de la recarga uniforme.

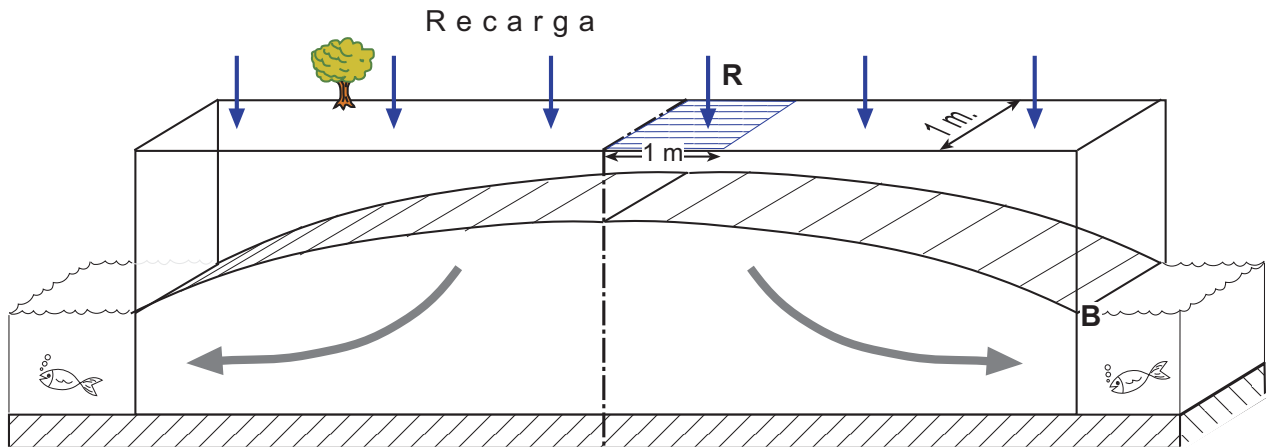


Figura 22.- Superficie freática generada por una recarga uniforme

Para los cálculos, consideraremos la recarga  $R$  por unidad de superficie (área rayada en la figura 22) con unidades de caudal ( $m^3/día$ ).

Es un **área unidad** porque, igual que en el caso anterior, consideramos una lámina vertical de terreno de 1 metro de espesor y ahora (fig. 22) hemos señalado 1 metro en sentido horizontal (eje  $x$ ).

Vamos a estudiar la mitad derecha de la figura 22, ya que el fenómeno es simétrico: figura 23.

Se aprecia en la figura que el caudal  $Q$  que atraviesa la sección vertical a una distancia  $x$  de la divisoria debe ser igual a la recarga recibida verticalmente en el área rayada en el plano superior, es decir:

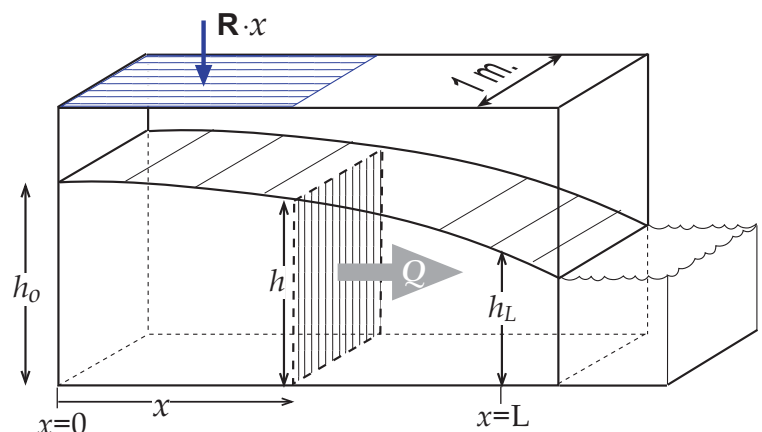


Figura 23.- Cálculo sobre el modelo de la figura 20

$$Q = R \cdot x \quad (9)$$

Aplicando el valor de  $Q$  que obtuvimos en (1):

$$-K \cdot h \cdot \frac{dh}{dx} = R \cdot x \quad ; \quad -K \cdot h \cdot dh = R \cdot x \cdot dx \quad (10)$$

Integrando:

$$-K \cdot \frac{h^2}{2} + C = R \cdot \frac{x^2}{2} + C' \quad (11)$$

Aplicando esta expresión para los valores:  $x = L$  ;  $h = h_L$  :

$$-K \cdot \frac{h_L^2}{2} + C = R \cdot \frac{L^2}{2} + C' \quad (12)$$

Restando las ecuaciones (12) – (11) :

$$\frac{K}{2} \cdot (h^2 - h_L^2) = \frac{R}{2} \cdot (L^2 - x^2) \quad ; \quad h^2 - h_L^2 = \frac{R}{K} \cdot (L^2 - x^2) \quad (13)$$

Despejando  $h$ :

$$h = \sqrt{\frac{R}{K} (L^2 - x^2) + h_L^2} \quad (14)$$

donde:  $R$  = Recarga por  $m^2$  ( $m^3/día$ )

$K$  = Conductividad hidráulica ( $m/día$ )

$h_L$  = Espesor saturado a una distancia  $L$  (metros)

$h$  = Espesor saturado a una distancia  $x$  (metros)

**Ejemplo:** Entre dos ríos paralelos se recoge una infiltración de 2 mm./día. La conductividad hidráulica de los materiales es de 17 m/día. A una distancia de 235 metros de la divisoria, la altura de la superficie freática (espesor saturado del acuífero) es de  $h_L = 6,2$  metros. (a) Calcular la altura del agua a 100 m. de la divisoria. (b) Dibujar la forma de la superficie freática.

Solución:

$$L = 235 \text{ m. ; } h_L = 6,2 \text{ m.}$$

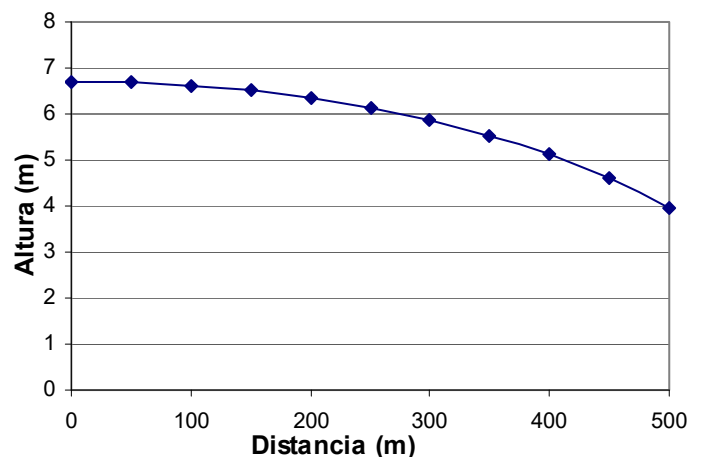
$$R = 2 \text{ mm/día} = 2 \text{ dm}^3/\text{día} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{día}$$

(Una lámina de 1 mm. sobre una superficie de 1  $m^2$  equivale a un volumen de 1  $dm^3$ )

Aplicando la fórmula (14) para  $x = 50$  metros:

$$h = \sqrt{\frac{0,002}{17} (235^2 - 100^2) + 6,2^2} = 6,62 \text{ m.}$$

Realizando el mismo cálculo para varios valores de  $x$  en Excel, se consigue la superficie completa (la mitad derecha):



Inversamente, conociendo los espesores saturados ( $h_L$  y  $h$ ) a dos distancias ( $L$  y  $x$ ), de la expresión (13) se puede calcular la recarga  $R$ .