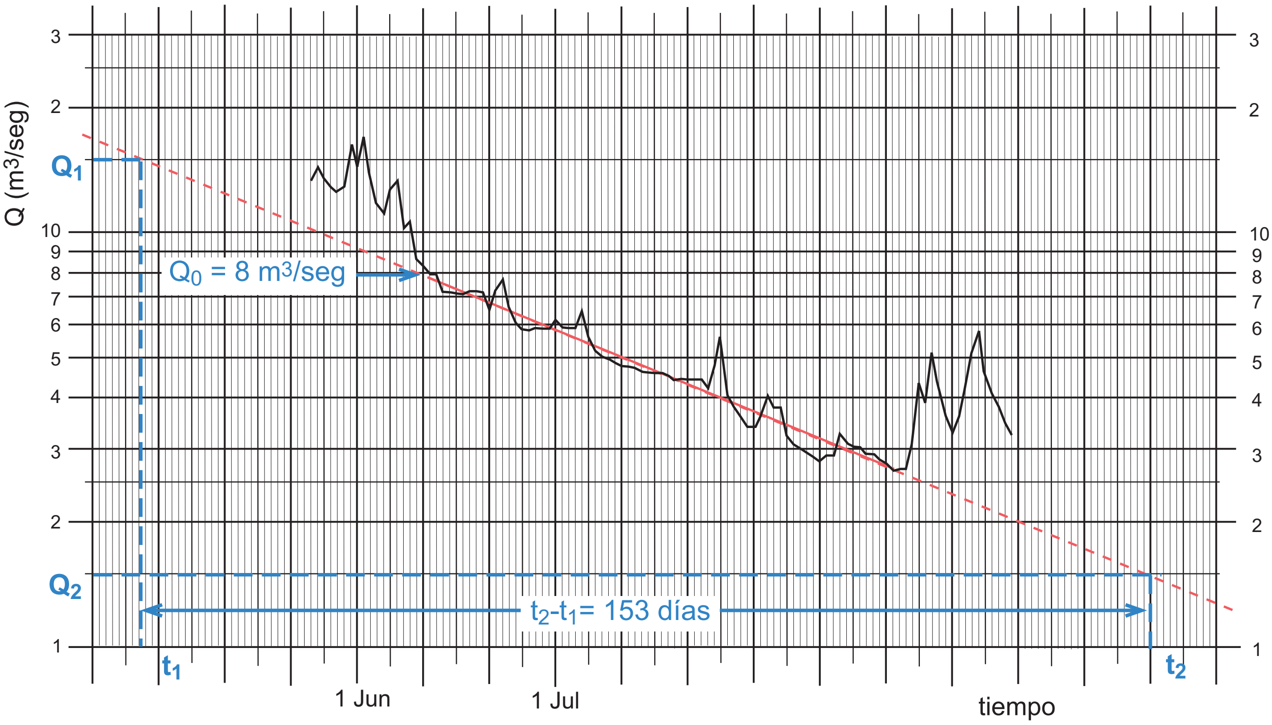
Cálculo del volumen de "embalse subterráneo" a partir de la curva de agotamiento

Disponemos de un hidrograma en un gráfico semilogarítmico (logaritmo del caudal en función del tiempo). En primer lugar, se localiza un tramo del hidrograma que aparezca rectilíneo; se traza a estima una recta que se ajuste a este tramo. En este ejemplo, vemos que va desde mediados de Junio hasta finales de Agosto



1º) Se prolonga esta recta lateralmente hasta que podamos tomar dos caudales que uno sea la décima parte del otro, o, lo que es lo mismo, que: $Q_1 = Q_2 \cdot 10$. En este caso, hemos elegido **los caudales 1,5 y 15 m³/seg.**

Leemos en el eje horizontal los tiempos t_1 y t_2 correspondientes a dichos caudales Q_1 y Q_2. En realidad, basta con leer los días transcurridos de t_1 a t_2. En este caso obtenemos $\boldsymbol{t_2 - t_1 = 153}$ **días**

Aplicamos la fórmula siguiente (explicada más adelante):

$$\alpha = \frac{1}{0{,}4343\ (t_2 - t_1)} = \frac{1}{0{,}4343\ .153\,\text{días}} = 1{,}50.10^{-2}\ \textit{días}^{-1} \qquad (1)$$

2º) Leemos el valor del caudal para el día en que queremos evaluar el volumen almacenado en el "embalse subterráneo" de la cuenca. Vamos a realizar el cálculo para el día 10 de Junio. Llamamos a ese caudal Q_0. En este caso $\boldsymbol{Q_0 = 8}$ **m³/seg**. El volumen buscado se calcula mediante la siguiente expresión[1]:

$$V\,(\text{m}^3) = \frac{Q_0\ (\text{m}^3/\text{día})}{\alpha\ (\text{días}^{-1})} = \frac{8\,.\,86400}{1{,}50\,.\,10^{-2}} = 45{,}93\,.\,10^6\ \text{m}^3 \qquad (2)$$

Atención a las unidades: si (t_1 - t_2) estaba en días, α estará en días^{-1}. Si Q_0 está en m³/seg, habrá que convertirlo a m³/día.

[1] Se obtiene en el tema *Hidrología Superficial (II): Hidrogramas* integrando la expresión: $Q = Q_0 \,.\, e^{-\alpha t}$

Observaciones importantes:

1. Para el cálculo de α, es necesario repetir la operación en varios tramos (estiajes de varios años) y comprobar que el valor obtenido de α es similar.

2. Para el dato de Q_0 habrá que buscar tramos de agotamiento que comiencen lo más alto posible. Si queremos que el volumen obtenido al final del cálculo sea indicativo de la **máxima** capacidad del "embalse subterráneo" de la cuenca, hay que suponer que al comienzo del agotamiento los recursos subterráneos de la cuenca se encontraban al máximo. Para ello comparando varios agotamientos, elegiremos el $\boldsymbol{Q_0}$ más elevado (es decir, nunca el embalse subterráneo ha estado más lleno).

¿De dónde procede la fórmula (1)?

La ecuación de la curva de agotamiento es: $Q = Q_0 \cdot e^{-\alpha t}$ .Tomando logaritmos obtenemos:

$$\log Q = \log Q_0 - \alpha t \cdot \log e \qquad (3)$$

Que es la ecuación de una recta, cuya pendiente es:

$$pendiente = -\alpha \cdot \log e: \qquad (4)$$

Ahora calculamos gráficamente la pendiente: hemos tomado dos puntos de la recta (t_1, $logQ_1$) y (t_2, $logQ_2$):

$$pendiente = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\log Q_2 - \log Q_1}{t_2 - t_1} = \frac{\log\left(Q_2 / Q_1\right)}{t_2 - t_1} \qquad (5)$$

Y si hemos elegido estos dos puntos con la condición de que $\boldsymbol{Q_1 = Q_2 \cdot 10}$, entonces $\mathbf{\log (Q_2/Q_1) = \log (0{,}1) = -1}$ y la ecuación (5) se simplifica así:

$$pendiente = \frac{-1}{t_2 - t_1} \qquad (6)$$

Igualando las expresiones (4) y (6), y despejando α obtenemos la fórmula (1) que utilizamos al principio:

$$\alpha = \frac{1}{\log e \ (t_2 - t_1)} = \frac{1}{0{,}4343 \ (t_2 - t_1)} \qquad (1)$$

Otro modo de obtener la fórmula (1)

Aplicando la ecuación de la recta (3) a los dos puntos elegidos, y restando miembro a miembro, resulta:

$$\begin{array}{c} \log Q_1 = \log Q_0 - \alpha t_1 \log e \\ \log Q_2 = \log Q_0 - \alpha t_2 \log e \\ \hline \log Q_1 - \log Q_2 = - \alpha t_1 \log e - (- \alpha t_2 \log e) \end{array}$$

$$\log (Q_1/Q_2) = \alpha \log e \ (t_2 - t_1)$$

Y si hemos elegido estos dos puntos con la condición de que $Q_1 = Q_2 \cdot 10$, resulta:

$$1 = \alpha \log e \ (t_2 - t_1)$$

Despejando α obtenemos la ecuación (1) utilizada para el cálculo.